

УДК 517.956

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЯХ И СИНГУЛЯРНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

© М. Отелбаев*, К. Н. Оспанов**

** ospanov_k@mail.ru

* Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан;

** Академия государственного управления при Президенте РК, Астана, Казахстан

Пусть Ω — область в комплексной плоскости. Рассмотрим уравнение

$$lu \equiv \partial_{\bar{z}}u + au + b\bar{u} = f \quad (1)$$

и соответствующее ему однородное уравнение

$$\partial_{\bar{z}}u + au + b\bar{u} = 0. \quad (2)$$

И. Н. Векуа доказал, что

а) решение уравнения (1) непрерывно в любой строго внутренней к Ω области;

б) решение однородного уравнения (2) представимо в виде

$$u(z) = \Phi(z) \exp[(T\varphi)(z)], \quad (3)$$

где

$$(T\varphi)(z) = \int_{\Omega} \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta - z} d\Omega_{\zeta},$$

а Φ — голоморфная функция;

в) оператор T вполне непрерывен из пространства $L_p(\Omega)$ в $L_p(\Omega)$ ($2 < p < \infty$).

Эти утверждения являются основными результатами теории обобщенных аналитических функций и все ее главные результаты являются следствиями а)–в).

В работе [1] введены т. н. пространства Векуа (V -пространства). По определению банахово функциональное пространство B называется V -пространством, если при $f, a, b \in V$ верны а)–в). Оказывается, можно найти самое широкое V -пространство, им оказалось пространство $P_1(\cdot)$, а среди всех симметрических пространств — пространство $L_{2,1}$ Лоренца. Вопрос: является ли выбранное пространство функций V -пространством или нет, сводится к простой проверке ограниченности вложения его в $P_1(\cdot)$, или в $L_{2,1}$.

В работах [2, 3] изучается уравнение (1) на всей комплексной плоскости, причем функция $\operatorname{Re} b - |a|$ считается отделенной от нуля, f — элементом пространства Лебега. Получены условия однозначной и коэрцитивной разрешимости, изучена структура спектра соответствующего дифференциального оператора.

Доклад посвящен дальнейшему развитию указанных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Отелбаев М. К теории обобщенных аналитических функций Векуа // Прим. мет. функ. анал. к зад. мат. физ. и выч. мат. Материалы пск.-семина, 1978. Новосибирск, 1979. С. 80–98.
2. Оспанов К. Н. Коэрцитивная разрешимость обобщенной системы Коши – Римана в пространстве $L_p(E)$ // Укр. матем. журнал. 1996. № 11. С. 1564–1569.
3. Оспанов К. Н. О нелинейной обобщенной системе Коши – Римана на всей плоскости // Сиб. матем. журнал. 1997. № 2. С. 365–371.