

УДК 517.956.4

# О ГЕЛЬДЕРОВСКОЙ ГЛАДКОСТИ РЕШЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С МЕНЯЮЩИМСЯ НАПРАВЛЕНИЕМ ЭВОЛЮЦИИ

© Н. Р. Пинигина

n-pinig@mail.ru

Институт математики и информатики ЯГУ, Якутск

В представленной работе устанавливается разрешимость для некоторых классов уравнений вида

$$\operatorname{sgn} u_t + Lu_x x = f, \quad (1)$$

где  $L$  — эллиптический оператор 2-го порядка.

В работах [1–3] устанавливается разрешимость краевых задач в гёльдеровских пространствах для некоторых классов уравнений параболического типа с меняющимся направлением времени с границей раздела, имитирующей противоположные спутные потоки. В настоящей работе рассматривается общий случай границы раздела двух сред, в который, в частности, включаются также и ортогональные потоки, и косое соударение и т. д. Здесь замечено, что гладкость решения существенно зависит от условий согласования при  $x = 0$ . Как и в работе [2] решение поставленной задачи разыскивается в виде параболических потенциалов двойного слоя с неизвестными плотностями  $\alpha$ ,  $\beta$ .

Решение уравнения (1) ищется из пространства Гельдера  $H_{x,t}^{p,p/2}(Q^\pm)$ ,  $p = 2l + \gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$   $Q = \Omega \times (0, T)$ ,  $\Omega \equiv \mathbb{R}$ , удовлетворяющее следующим начальным условиям

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), \quad x > 0, \quad u(x, T) = \varphi_2(x), \quad x < 0, \quad (2)$$

и условиями склеивания

$$u(-0, t) = u(+0, t), \quad z \cdot u_x(-0, t) = u_x(+0, t), \quad (3)$$

где  $l \geq 1$  — целое число,  $Q^\pm = \mathbb{R}^\pm \times (0, T)$ ,  $z = r \cdot \exp(i\varphi)$  — комплексное число.

**Теорема 1.** Пусть  $\varphi_1, \varphi_2 \in H^p$ ,  $p = 2l + \gamma$ , и  $|r \sin \varphi| \leq 1$  при  $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $|r \sin \varphi| > 1$  при  $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ . Тогда при выполнении  $2l$  условий

$$L_s(\varphi_1, \varphi_2) = 0, \quad s = 0, \dots, 2l, \quad (4)$$

существует хотя бы одно решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям (2), (3) из пространства

- 1)  $H_{x,t}^{p,p/2}$ , если  $0 < \gamma < \min\{2\theta, 1 - 2\theta\}$ ;
- 2)  $H_{x,t}^{q,q/2}$ ,  $q = 2l + \min\{2\theta, 1 - 2\theta\}$ , если  $\min\{2\theta, 1 - 2\theta\} < \gamma < 1$ ;
- 3)  $H_{x,t}^{q-\varepsilon, (q-\varepsilon)/2}$ , если  $\gamma = \min\{2\theta, 1 - 2\theta\}$ , где  $\varepsilon$  — сколь угодно малая положительная постоянная.

**Теорема 2.** Пусть  $\varphi_1, \varphi_2 \in H^p$ ,  $p = 2l + \gamma$  и пусть при  $|r \sin \varphi| \leq 1$ ,  $\varphi \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ , при  $|r \sin \varphi| > 1$ ,  $\varphi \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Тогда при выполнении  $2l+1$  условий вида (4) существует хотя бы одно решение уравнения (1) из пространства  $H_{x,t}^{p,p/2}$ , удовлетворяющее условиям (2), (3).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терсенов С. А. Параболические уравнения с меняющимся направлением времени. Новосибирск: Наука, 1985. 105 с.
2. Попов С. В. О первой краевой задаче для параболического уравнения с меняющимся направлением времени // Динамика сплошной среды. Новосибирск, 1991. Вып. 102. С. 100–113.
3. Пинигина Н. Р., Попов С. В. Разрешимость краевых задач для параболического уравнения с меняющимся направлением времени // Мат. заметки ЯГУ. 2002. Т. 9, № 1. С. 71–82.