УДК 517.956

О МЕТОДЕ М. К. ГАВУРИНА ДЛЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

© Д. Г. Рахимов

mathinst@uzsci.net

Ташкентский финансовый институт, Ташкент, Узбекистан

Рассмотрим многопараметрическую задачу на собственные значения по Аткинсону

$$T_j\left(t_1, t_2, \ldots, t_n\right) x_j = 0,\ j = 1, \ldots, n, \tag{1}$$

где $T_j\left(t_1, t_2, \ldots, t_n\right) \in L\left(E_j, F_j\right)$ — аналитические в некоторой области $G \subset R^n$ оператор-функции, E_j, F_j — вещественные банаховы пространства. Пусть $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_n) \in P\sigma_S$ — изолированная фредгольмовская точка, где $P\sigma_S$ — дискретный спектр задачи (1) [1], такая, что $N\left(T_j(\lambda)\right) = \{\varphi_j\}$, $N * \left(T_j(\lambda)\right) = \{\psi_j\}$, $\|\varphi_j\| = 1$, $\|\psi_j\| = 1$, $j = 1, \ldots, n$, и пусть $k_{ij} = \left(\psi_i, \frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial t_j}\varphi_i\right) \neq 0$, $i, j = 1, \ldots, n$. Предполагается, что известны достаточно хорошие приближения $\left\|\varphi_j^0\right\| = 1, \left\|\psi_j^0\right\| = 1$, $j = 1, \ldots, n$, и $\Lambda = (\Lambda_1, \ldots, \Lambda_n)$ к φ_j, ψ_j, $j = 1, \ldots, n$, и λ соответственно, $\left\|\varphi_j^0 - \varphi_j\right\| \leqslant \varepsilon$, $\left\|\psi_j^0 - \psi_j\right\| \leqslant \varepsilon$, $\|\lambda - \Lambda\| \leqslant \varepsilon$.

Вычислив невязки по формулам $\sigma_j^0 = T_j(\lambda^{(0)})\varphi_j^0$, $\tau_j^0 = T_j^*(\lambda^{(0)})\psi_j^0$, малые по норме операторы М. К. Гавурина D_{j0}, $j = 1, \ldots, n$, [2], обладающие свойствами $D_{j0}\varphi_j^0 = \sigma_j^0$, $D_{j0}^0\psi_j^0 = \tau_j^0$, $j = 1, \ldots, n$, построим следующим образом

$$D_{j0}x = \left(\gamma_j^0, x\right)\sigma_j^0 + \left(\tau_j^0, x\right) z_j^0,$$

где γ_j^0 и z_j^0 элементы биортогональные к φ_j^0 и ψ_j^0, $j = 1, \ldots, n$, соответственно. Тогда тензоры $\varphi^{(0)} = \varphi_1^0 \otimes \cdots \otimes \varphi_n^0$, $\psi^{(0)} = \psi_1^0 \otimes \cdots \otimes \psi_n^0$ и λ^0 окажутся точными собственными элементами и собственным значением соответственно многопараметрических задач

$$[T_j(t) - D_{j0}]\, x_j = 0, \quad [T_j(t) - D_{j0}]\, x_j = 0, \quad j = 1, \ldots, n.$$

Применяя обобщенную лемму Шмидта [3] к уравнению (1), строятся итерационные процессы, позволяющие найти собственное значение и соответствующие собственные элементы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Loginov B. V., Sidorov N. A., Rakhimov D. G.* Development of M.K.Gavurin‘s Pseudoper-turbation Method // American Math. Soc. Fiels Institute Communications. 2000. V. 25. C. 367–381.
2. *Гавурин М. К.* О методе ложных возмущений для разыскания собственных значений // Ж. вычисл. матем. и матем.физ. 1961. Т. 1, № 5. С. 757–770.
3. *Вайнберг М. М., Треногин В. А.* Теория ветвления решений нелинейных уравнений. М.: Наука, 1969.