Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 370–371

УДК 517.956.32

О ВОЛЬТЕРРОВОСТИ НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

© А. Ш. Шалданбаев, Г. Омирбекова

mtshomanbaeva@mail.ru

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

1.Постановка задачи. Пусть Ω — квадрат на плоскости (x,y) со сторонами:

$AB: y=0,\, 0\le x\le 1;\quad BC: x=1,\, 0\le y\le 1;\quad CD: y=1,\, 0\le x\le 1;\quad DA: x=0,\, 0\le y\le 1.$

Задача. Изучить в пространстве $L^2(\Omega)$ спектральные свойства нелокальной краевой задачи со смещением:

$$Lu=u_{xy}(x,y)=f(x,y),\quad (x,y)\in\Omega, \tag{1}$$

$$\alpha u(0,y)+\beta u(1,1-y)=0, \tag{2}$$

$$\alpha u(x,0)+\beta u(1-x,1)=0, \tag{3}$$

где α,β — произвольные комплексные числа, $f(x,y)\in L^2(\Omega)$.

2. Полученные результаты.

Теорема 1. *Если $\alpha^2-\beta^2\ne 0$, то нелокальная краевая задача (1)–(3) сильно разрешима и оператор $(\overline{L})^{-1}$, обратный к сильному оператору задачи (1)–(3), вполне непрерывен и вольтерров.*

В связи с этой теоремой возникает вопрос: "Все ли вольтерровые задачи для оператора L описывает данная теорема?", т. е. существуют ли другие вольтерровые задачи для оператора L в области (Ω).

Теорема 2. *Краевая задача*

$$u_{xy}(x,y)=f(x,y),\quad (x,y)\in\Omega, \tag{4}$$

$$u|_{y=0}=u|_{x=1}=0, \tag{5}$$

сильно разрешима в пространстве $L^2(\Omega)$ и оператор $(\overline{L})^{-1}$, обратный к сильному оператору задачи (4), (5), вполне непрерывен и вольтерров.

Теорема 3. *Краевая задача*

$$u_{xy}(x,y)=f(x,y),\quad (x,y)\in\Omega, \tag{6}$$

$$u|_{y=1}=u|_{x=0}=0, \tag{7}$$

сильно разрешима в пространстве $L^2(\Omega)$ и оператор $(\overline{L})^{-1}$, обратный к сильному оператору задачи (6), (7), вполне непрерывен и вольтерров.

Теорема 4. *Если $\alpha^2-\beta^2\ne 0$, то нелокальная краевая задача:*

$$Lu=u_{xy}(x,y)=f(x,y), \tag{8}$$

$$\alpha u(0,y)+\beta u(y,0)=0, \tag{9}$$

$$\alpha u(x,1)+\beta u(1,x)=0, \tag{10}$$

где α,β — произвольные комплексные числа, $f(x,y)\in L^2(\Omega)$, сильно разрешима в пространстве $L^2(\Omega)$ и оператор $(\overline{L})^{-1}$, обратный к сильному оператору задачи (8)–(10), вполне непрерывен и вольтерров.

Замечание. Если $\alpha = 0,\ \beta \neq 0$, то из (8)–(10) имеем

$$Lu = u_{xy}(x, y) = f(x, y),$$

$$u(y, 0) = 0, \quad u(1, x) = 0.$$

Это есть задача Гурса. При $\alpha \neq 0$, $\beta = 0$ получим сопряженную задачу Гурса. Отметим, что задачи со смещением рассматривались впервые А. М. Нахушевыым, более полные сведения можно найти в [1] .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кальменов Т. Ш.* Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа. Шымкент: Гылым, 1993. 327 с.