

УДК 517.956.32

ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ РЕШЕНИЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

© А. Ш. Шалданбаев, Г. Бесбаев

mtshomanbaeva@mail.ru

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

1. Постановка задачи. Пусть Ω — квадрат на плоскости (x, y) со сторонами:

$$AB : y = 0, 0 \leq x \leq 1; \quad BC : x = 1, 0 \leq y \leq 1; \quad CD : y = 1, 0 \leq x \leq 1; \quad DA : x = 0, 0 \leq y \leq 1.$$

ЗАДАЧА. Получить интегральное представление решения краевой задачи:

$$Lu = u_{xy}(x, y) = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega} = g(x, y), \quad (2)$$

где $f(x, y) \in C(\Omega)$, $g(x, y) \in C(\partial\Omega)$, $\partial\Omega$ — граница области Ω .

2. Полученный результат.

Теорема. Если $u(x, y) \in C_2(\overline{\Omega})$ является решением краевой задачи (1), (2), то имеет место формула

$$u(x, y) = -\frac{u(0, 0) + u(1, 0) + u(1, 1) + u(0, 1)}{4} + \frac{u(0, y) + u(x, 0) + u(x, 1) + u(1, y)}{2} \\ + \frac{1}{4} \left[\int_0^x \int_0^y f(\xi, \eta) d\xi d\eta - \int_x^1 \int_0^y f(\xi, \eta) d\xi d\eta + \int_x^1 \int_y^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta - \int_0^x \int_y^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta \right].$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Из этой формулы видно, что задавать значения $u(x, y)$ в каждой точке границы $\partial\Omega$ совсем необязательно. Достаточно знать $u(0, y) + u(1, y)$ и $u(x, 0) + u(x, 1)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кальменов Т. Ш. Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа. Шымкент: Гылым, 1993. 327 с.