

УДК 517.929

О БАЗИСНОСТИ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ И ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

© А. Ш. Шалданбаев, М. Калхабай

mtshomanbaeva@mail.ru

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

1. Постановка задачи. Пусть $\Omega \subset R^2$ — четырехугольник со сторонами:

$$AB : 0 \leq x \leq 1, y = 0; BC : 0 \leq y \leq 1, x = 1; CD : 0 \leq x \leq 1, y = 1; DA : 0 \leq y \leq 1, x = 0.$$

Через $C^{2,1}(\Omega)$ обозначим множество функций $u(x, t)$ дважды непрерывно дифференцируемых в области Ω . Пусть α — произвольное комплексное число, лежащее на единичной окружности, т. е. $|\alpha| = 1$ и λ — комплексный спектральный параметр.

СПЕКТРАЛЬНАЯ ЗАДАЧА. Найти решение уравнения

$$u_x(x, y) + u_y(x, 1 - y) = \lambda u(x, t), \quad (1)$$

удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_{y=0} = 0, \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = \alpha \cdot u|_{x=1}. \quad (3)$$

2. Полученный результат.

Теорема. Спектральная задача (1)–(3) имеет бесконечное множество собственных значений

$$\lambda_{mn} = \mu_m + \gamma_n = i(\arg \alpha + 2m\pi) + (-1)^n \left(n\pi + \frac{\pi}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

и соответствующих им собственных функций

$$u_{mn}(x, y) = \sqrt{2} \exp [i(\arg \alpha + 2m\pi)x] \cdot \sin \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi y, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

которые образуют ортонормированный базис пространства $L^2(\Omega)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кальменов Т. Ш. Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа. Шымкент: Гылым, 1993. 327 с.