

УДК 517.958

## НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА

© Ю. В. Шанько

shy70@mail.ru

*Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск*

Рассматриваются уравнения Эйлера движения идеальной жидкости

$$D\vec{u} + \nabla p = 0, \quad \operatorname{div} \vec{u} = 0.$$

Вектор скорости  $\vec{u} = (u, v, w)$  и давление  $p$  зависят от времени  $t$  и пространственных координат  $x, y, z$ , оператор  $D = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$ .

В работе [1] построены точные стационарные решения этой системы уравнений с давлением вида

$$p = \varphi(z).$$

В работе [2] исследованы решения с квадратичным давлением

$$p = k(t)(x^2 + y^2 + z^2)/2.$$

В настоящем сообщении изучаются нестационарные решения с давлением вида

$$p = k(t)(x^2 + y^2)/2 + \psi(t, z).$$

В частности, получено точное решение

$$p = p_0 + \frac{1}{2}t^{-4}(x^2 + y^2) - 3t^{-2}z^2,$$
$$w = -2t^{-1}z,$$

$u$  и  $v$  определены неявно, посредством соотношений

$$t^{-1}y \cos(1/t) + (tv - y) \sin(1/t) = f(\alpha, \beta, \gamma),$$
$$t^{-1}y \sin(1/t) - (tv - y) \cos(1/t) = g(\alpha, \beta, \gamma),$$

где

$$\alpha = t^{-1}x \cos(1/t) + (tu - x) \sin(1/t),$$
$$\beta = t^{-1}x \sin(1/t) - (tu - x) \cos(1/t),$$
$$\gamma = zt^2,$$

а функции  $f$  и  $g$  удовлетворяют системе Коши – Римана

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} - \frac{\partial g}{\partial \beta} = 0,$$
$$\frac{\partial f}{\partial \beta} + \frac{\partial g}{\partial \alpha} = 0.$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шанько Ю. В. О некоторых точных решениях трехмерных уравнений идеальной несжимаемой жидкости // Вычислительные технологии. 2004. Т. 9. Вестник КазНУ им. аль-Фараби. Сер. Математика, механика, информатика. № 3 (42). (Совм. выпуск. Ч. 4). С. 290–296.
2. Чупахин А. П. Гидродинамика с квадратичным давлением. 1. Общие результаты // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 1. С. 27–35.