

УДК 517.9

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ОСКОЛКОВА

© А. С. Шипилов

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск

Введение. Система уравнений Осколкова [1]

$$(\lambda - \nabla^2)v_t = \nu \nabla^2 v - (v \cdot \nabla)v - \nabla p, \quad \nabla \cdot v = 0 \quad (1)$$

моделирует динамику вязкоупругой несжимаемой среды Кельвина-Фойгта. В [2] в специально подобранных функциональных пространствах $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{F}$ система (1) редуцирована к полулинейному операторному уравнению соболевского типа

$$L\dot{u} = Mu + N(u), \quad (2)$$

причем показано, что оператор $M(L, 1)$ -ограничен, оператор $N \in C^\infty(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$, а фазовым пространством уравнения (2) служит простое банахово C^∞ -многообразие. В [3] показано, что в случае плоскопараллельной динамики, когда уравнения (1) можно редуцировать к уравнению Осколкова, это уравнение обладает бесконечномерным устойчивым и конечномерным неустойчивым инвариантным многообразием. В докладе представлено доказательство, что данный факт имеет место и в общей ситуации. Обозначим через A_σ сужение оператора $\text{diag}\{-\nabla^2, -\nabla^2, \dots, \nabla^2\}$ на пространство соленоидальных функций $\mathbb{H}_\sigma^2 \cap \mathring{\mathbb{H}}_\sigma^2$. Справедлива следующая

Теорема. При любых $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \sigma(A_\sigma)$, $\nu \in \mathbb{R}_+$ система уравнений (1) имеет конечномерное неустойчивое и бесконечномерное устойчивое инвариантные многообразия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осколков А. П. Нелокальные проблемы для одного класса нелинейных операторных уравнений, возникающих в теории уравнений типа С. Л. Соболева // Зап. научн. сем. ЛОМИ. 1991. Т. 198. С. 31–48.
2. Свиридюк Г. А. Об одной модели слабосжимаемой вязкоупругой жидкости // Изв. ВУЗов. Матем. 1994. № 1. С. 62–70.
3. Китаева О. Г., Свиридюк Г. А. Устойчивое и неустойчивое инвариантные многообразия уравнения Осколкова // Некласс. уравн. матем. физики. Новосибирск: ИМ, 2005. С. 160–166.