Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 315–315

УДК 517.9

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА – ДАРБУ

© А. Б. Тунгатаров, А. Ш. Тулегенова

Tun-Mat@list.ru, asemgul-t@rambler.ru

Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Пусть $0 < \varphi_1 \le 2\pi$ и $G = \left\{ z = re^{i\varphi} : 0 \le r < \infty,\ 0 \le \varphi \le \varphi_1 \right\}$. Рассмотрим в G уравнение

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z \partial \bar{z}} + \frac{m}{2(m+2)} \cdot \frac{1}{z - \bar{z}} \left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{b(\varphi)\bar{V}}{4r^2}, \tag{1}$$

где $b(\varphi) \in C[0, \varphi_1]$, $m > 0$ — действительное число.

Многие задачи, возникающие в математической физике, решаются сведением их к уравнению Эйлера – Дарбу (1) при $b(\varphi) = 0$ [1], элементарное решение которого было найдено еще Дарбу [2].

Нами получено одно многообразие непрерывных решений из класса С. Л. Соболева [3]

$$W_p^2(G),\ 1 < p < 2, \tag{2}$$

в виде

$$V(r, \varphi) = r^{\nu} \left[\bar{c}_1 P_{m,1}(\varphi) + \bar{c}_2 Q_{m,1}(\varphi) + c_1 P_{m,2}(\varphi) + c_2 Q_{m,2}(\varphi) \right], \tag{3}$$

где $\nu = \frac{m}{m+2}$, c_1, c_2 — произвольные комплексные постоянные.

Функции $P_{m,1}(\varphi)$, $P_{m,2}(\varphi)$, $Q_{m,1}(\varphi)$, $Q_{m,2}(\varphi)$ задаются в виде сходящихся рядов, зависящих от $b(\varphi)$, m.

С помощью формулы (3) решена:

Задача D_1. Требуется найти решение уравнения (1) из класса (2), удовлетворяющее условиям:

$$|V(r, \varphi)| = O(r^{\nu}), \quad r \to \infty, \quad \nu = \frac{m}{m+2}$$
$$V(r, 0) = b_0 r^{\nu}, \quad V(r, \varphi_1) = b_1 r^{\nu},$$

где b_0, b_1 — заданные комплексные числа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бицадзе А. В.* Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1981.
2. *Darboux G.* Partial Differential Equations. New York – London, 1962.
3. *Векуа И. Н.* Обобщенные аналитические функции. М.: Физматгиз, 1959.