*Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 320–321*

*УДК 517.946*

# РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

**© Ф. Р. Турсунов**

faridun22@rambler.ru

*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан*

В работе предлагается явная формула регуляризованние решения задача Коши для некоторых систем эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами в неограниченной области. Строится матрица Карлемана на основе которых строится регуляризованное решение данной задачи, а также доказывается существование решения задачи Коши.

Пусть $x = (x_1, x_2, \dots x_m)$ и $y = (y_1, y_2, \dots y_m)$ точки $m$-мерной Евклидового пространства $R^m$, $m \geq 3$ и $x^T = (x_1, x_2, \dots x_m)^T$ транспонированный вектор $x$.

Введем следующее обозначения:

$$y' = (y_1, y_2, \dots, y_{m-1}),\ x' = (x_1, x_2, \dots x_{m-1}),$$

$$r = |y - x|, \alpha = |y' - x'|, \alpha^2 = s,$$

$$w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_m, u \geq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n}\right)^T,$$

$$u(x) = (u_1(x), u_2(x), \dots u_n(x))^T,\ u^0 = (1, 1, \dots, 1) \in R^n,$$

$E(x)$ — диагональная матрица, $\omega_m$ — площадь поверхности единичной сферы $R^m$.

Через $A_{l\times n}(x)$ обозначим класс матриц $D(x^T)$, элементами состоящими из линейной формы с постоянными коэффициентами из $C$, который удовлетворяет условию:

$$D^*(x^T)D(x^T) = E(|x|^2 u^0),$$

где $D^*(x^T)$ — сопряженная эрмитова матрица $D(x^T)$.

Пусть граница области $G_\rho$ состоит из гиперплоскости $y_m = 0$ и гладкой некомпактной поверхности $S$, лежащей в слое $0 < y_m \leqslant h,\ \ h = \frac{\pi}{\rho},\ \rho > 0$. Предположим, что $S$ задано уравнением

$$y_m = f(y'),\ \ y' \in R^{m-1},$$

где $f(y')$ удовлетворяет условиям

$$0 < f(y') \leqslant h,\ \left|\frac{\partial f}{\partial y_i}\right| \leqslant M < \infty,\ \ y' \in R^{m-1},\ \ I = \bar{(}i, m-1).$$

В области $G_\rho$ рассмотрим систему дифференциальных уравнений вида:

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)u(x) = 0, \tag{1}$$

где $D(x^T) \in A_{l\times n}(x)$.

Обозначим через $H(G_\rho)$ класс вектор-функций $u(x)$ из класса $C^1(G_\rho)$, удовлетворяющие системе (1) и непрерывные в $\bar{G}_\rho = G_\rho \cap \partial G_\rho$ (непрерывность требуется в любом компакте $\bar{G}_\rho$, а также имеющие рост:

$$|u(x)| \leqslant exp[o(exp|x^1|)], \;\; x \to \infty, \;\; x \in G_\rho.$$

Обозначим

$$N_\sigma(y,x) = \left(E(\Phi_\sigma(y,x)u^0)D^*\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right)D(t)^T.$$

**Постановка задачи.** Пусть $u(x)$ из класса $H(G_\rho)$ и $u_\delta(x)$ непрерывные приближения $u(x)$ на $S$, т. е.

$$\sup|u(x) - u_\delta(x)| < \delta, \;\; 0 < \delta < 1. \tag{2}$$

Требуется восстановить вектор-функцию $u(x)$ в области $G_\rho$.

Доказана следующая

**Теорема.** *Пусть вектор-функция $u(x) \in H(G_\rho)$ является решением системы* (1) *и удовлетворяет условию $|u(y)| \leqslant 1$ на $y \in T = \partial G/S$, если*

$$u_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y,x)u(y)dS_y, \, x \in G,$$

*то верна следующая оценка:*

$$|u(x) - u_\sigma(x)| \leqslant C(x)\bar{C}(\sigma)exp(-\sigma x_m), \tag{3}$$

*где $C(x)$ — некоторая функция от $x$,*

$$C(x) = C_\rho \int_{y_m=0} \frac{ds}{r^{m-1}};$$

$$C(\sigma) = \begin{cases} \sigma^m, & \text{если} \quad m = 2k-1, \quad k \geq 1, \\ \sigma^{m-1}, & \text{если} \quad m = 2k, \quad k \geq 2. \end{cases}$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тарханов Н. Н.* Об интегральном представленном решении систем линейных дифференциальной уравнений первого порядка в частных производных и некоторые приложениях // Некоторые вопросы многомерного комплексного анализа. Красноярск, 1980. С. 147–160.
2. *Лаврентьев М. М.* О некоторых некорректных задачах математического физики. Новосибирск: Изд. СО АН СССР, 1962.
3. *Ярмухамедов Ш.* Интегральных представления гармонических функций многих переменных // Докл. АН СССР. 1972. Т. 204, № 4. С. 799–802.