

УДК 519.6

АДАПТИРОВАННЫЙ РЕНЬЕ-АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© А. Н. Бондаренко *, А. В. Кацук **

* bondarenkoan1953@mail.ru, voice@ngs.ru **

* Институт математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск;

** Институт автоматизации энергетических систем, Новосибирск

Введение. В настоящее время мультифрактальному анализу уделяется все больше внимания в отечественных исследованиях, однако, пока этот аппарат еще не получил широкого распространения. Тем не менее, появились работы, посвященные различным прикладным задачам [1].

Мультифрактальный анализ изображений. Пусть задано $\alpha \in R$, $\varepsilon > 0$ и $n \in N$, множество

$$A(\alpha, \varepsilon, n) = \left\{ x \in \text{supp } \mu \mid \alpha \leq \frac{\log \mu(B(x, r))}{\log r} \leq \alpha + \varepsilon, \text{ для } r < \frac{1}{n} \right\}.$$

Пусть $N(\alpha, \varepsilon, n)$ наименьшее количество шаров радиуса менее, чем $\frac{1}{n}$, которые могут быть использованы, чтобы покрыть $A(\alpha, \varepsilon, n)$.

Далее определим

$$S(\alpha, \varepsilon) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log N(\alpha, \varepsilon, n)}{n}$$

и

$$f(\alpha) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} S(\alpha, \varepsilon),$$

где $f(\alpha)$ носит название спектр сингулярности.

Пусть $l \in R$ и $(E_i)_i$ части носителя μ , такие что $l_i = \text{diam} E_i < l$ и $p_i = \mu(E_i)$, тогда обобщенные размерности Реньи можно определить следующим образом.

$$D_q = \lim_{l \rightarrow 0} \left[\frac{1}{q-1} \frac{\log \chi(q)}{\log l} \right],$$

где $\chi(q) = \sum_i p_i^q$.

Методы статистической механики позволяют дать вероятностную интерпретацию функций D_q . Рассмотрим физическую систему, которая может принимать следующее множество счетных состояний $1, 2, \dots$ с энергией $E_1, E_2, \dots$. Предположим, что вероятность того, что система находится в состоянии i с энергией E_i задается вероятностью p_i . Тогда полная энергия системы записывается следующим образом [2]:

$$U = \sum_i p_i E_i,$$

энтропия системы:

$$S = - \sum_i p_i \log p_i,$$

свободная энергия системы:

$$F = U - TS,$$

где T — температура системы.

Заключение. При $q \rightarrow +\infty$ основной вклад в обобщенную статистическую сумму $\chi(q)$ вносят ячейки, содержащие наибольшее число частиц n_i в них и, следовательно, характеризующиеся наибольшей вероятностью их заполнения p_i . Наоборот, при $q \rightarrow -\infty$ основной вклад в сумму $\chi(q)$ дают самые разреженные ячейки с малыми значениями чисел заполнения p_i . Таким образом, функция D_q показывает, насколько неоднородным является исследуемое изображение $f(x, y)$ [3, 4].

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (коды проектов 05-01-00559, 05-01-00171), междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 48.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмаков А. Г., Бунин И. Ж. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. Москва – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 2001.
2. Cole J. Graph Directed Self-Conformal Multifractals. Ph.D. Thesis. University of St. Andrews, Scotland, 2002.
3. Bondarenko A. N., Katsuk A. V. Cervical pre-cancer detection using multifractal and wavelet analysis // 2-d IASTED International Multi-Conference on Automation, Control and Information Technology, Novosibirsk, Russia, June 20 – 24, 2005. Materials. P. 240–245.
4. Bondarenko A. N., Katsuk A. V. Extracting feature vectors of biomedical images // 9th International Symposium on science and technology, Novosibirsk, June 26 – July 3, 2005. Materials. P. 52–57.