

УДК 517.9, 519.6

МЕТОД ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ В РАСЧЕТАХ ПЛОСКИХ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ – СТОКСА НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

© А. М. Бубенчиков, В. С. Попонин*, Д. К. Фирсов

* posv@mail.tomsknet.ru

Томский государственный университет, Томск

В настоящей работе описан математический аппарат, позволяющий получить для плоских задач динамики вязкой жидкости решения высокого порядка точности в областях сложной геометрии. Высокий порядок аппроксимации достигается за счет использования вычислительной технологии построения решения методом спектральных элементов. Предложен универсальный способ аппроксимации неоднородных граничных условий Неймана и Дирихле. Представлены тестовые расчеты течений, имеющих аналитическое решение. Представлены также расчеты течений в прямоугольной каверне, произведен расчет стационарного потока за уступом. Предложен метод решения системы линейных алгебраических уравнений, а также структура предобуславливающей матрицы, что значительно повышает эффективность расчетов.

1. Глобальный спектральный метод. Принцип, лежащий в основе всех сеточных методов, заключается в сведении исходных дифференциальных уравнений в частных производных к системе алгебраических уравнений, которые могут быть решены известными методами. В спектральных методах [1] решение ищется путём разложения в ряд по некоторой системе ортогональных функций, называемых базисными функциями. Имея представления искомым функций в спектральном пространстве, т. е. определив их в виде разложения по базисным функциям, в глобальном спектральном методе строится система интегральных соотношений, получающихся умножением исходных или преобразованных дифференциальных уравнений на тестовую функцию и далее проводится интегрирование по всей области. Использование глобального спектрального метода ограничено областями простой геометрической формы, что существенно сужает его применимость к реальным физическим процессам.

2. Метод спектральных элементов. Метод спектральных элементов основан на принципах, аналогичных принципам глобального спектрального метода. Основное отличие метода спектральных элементов заключается в том, что интегрирование ведется по части пространства независимых переменных, которую отождествляют с конечным элементом. В таком случае для достижения необходимой точности расчетов нет необходимости использовать излишне большое число базисных функций на каждом элементе. Таким образом, достигается существенная экономия вычислительных ресурсов без потери точности, что дает возможность проводить вычисления в геометрически сложных областях реалистичной формы.

3. Результаты расчетов. Для оценки точности построенной аппроксимации, рассмотрим течение Коважского [2]. На рис. 1. представлены относительные погрешности для компонент скоростей, давления и невязка для уравнения неразрывности. Для расчета системы линейных алгебраических уравнений использовали итерационный метод GMRES [3], с предобуславливающей матрицей ILU(0). Выбор упомянутого метода позволил существенно ускорить расчеты.

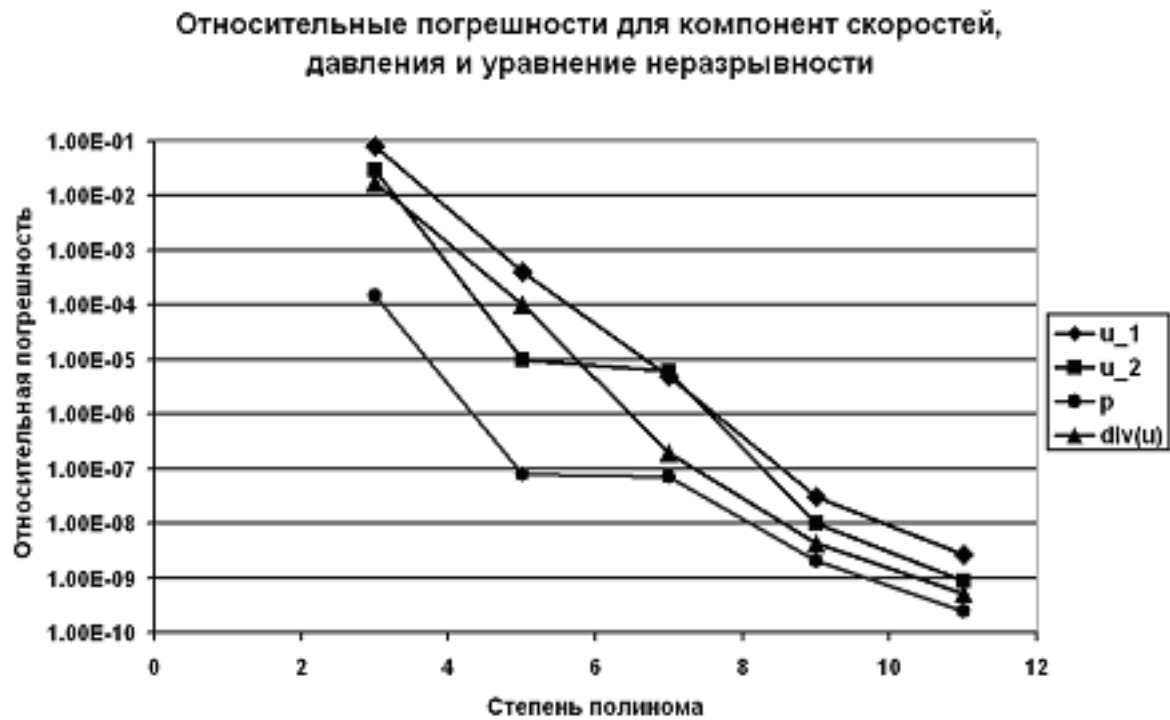


Рис. 1. Относительные погрешности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991.
2. Helenbrook B. T. A Two-Fluid Spectral Element Method. Department of Mechanical and Aeronautical Engineering, Clarkson University, Potsdam, NY.
3. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems, 2000.