

СИНЕРГЕТИКА НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОЙ СТРУНЫ

© С. О. Гладков*, Р. Г. Рабаданов

* Sglad@newmail.ru

Московский государственный областной университет, Москва

Целью сообщения является вывод динамических уравнений движения струны, почти закрепленной с одного конца. Под термином “почти закрепленная” подразумевается, что этот конец мгновенно вздрогнув, возвращается в исходную точку и, таким образом, придается некоторая начальная форма струне. Эта форма считается начальным условием. Дальнейшее движение, как всей струны, так и ее свободного конца предстоит описать во времени и в пространстве, считая, что движение происходит только в плоскости. Заметим, что случай растяжимой струны довольно сложен, поскольку при его решении необходимо принимать во внимание внутренние деформации, подчиняющиеся уравнениям теории упругости, в рамках которых величину смещения следует отождествить с вектором смещения внутренних точек струны $\mathbf{u}$. Рассмотрим случай нерастяжимой струны, когда смещение точек происходит лишь вдоль оси x , которое есть $\xi_x = \xi_x(t, y)$. Как было показано в работе [1], сила сопротивления среды определяется следующим интегралом $F_n^{fr} = \int_l f_n^{fr} dl = 2\pi\eta \int_l r(l) \frac{\partial}{\partial R} (\dot{\xi}_x \sqrt{1 + \xi_x'^2}) dl$, где $r(l)$ — радиус струны, изменяющийся в общем случае вдоль ее длины l , R — ее радиус кривизны в произвольной точке, η — динамическая вязкость среды, “точка” над смещением ξ_x означает производную по времени, а “штрих” — по координате. Для того, чтобы правильно учесть силу трения в динамическом уравнении движения струны, следует ввести в рассмотрение классическое действие S (см. [2]). С учетом F_n^{fr} оно будет вычисляться, как $\Delta S = 2\pi\eta r_0 \int_{t_0}^{t_1} \int_l \int dR \frac{\partial}{\partial R} (\dot{\xi}_x \sqrt{1 + \xi_x'^2}) = 2\pi\eta r_0 \int_{t_0}^{t_1} \int_{y_0}^{y_1} \dot{\xi}_x (1 + \xi_x'^2) dy$, где учтено, что элемент длины есть $dl = dy \sqrt{1 + \xi_x'^2}$. Если здесь отбросить член, пропорциональный производной по времени (общие свойства действия S), полное действие следует представить как $S = \frac{\rho}{2} \int_{t_*}^{t_1} \int_{y_0}^{y_1} dy \sqrt{1 + \xi_x'^2} \left[(\dot{\xi}_x^2 - u_0^2 - 2gy) + \frac{4\pi\eta r_0}{\rho} \dot{\xi}_x \xi_x' \right]$, где соответствующее слагаемое учитывает влияющую на движение струны силу тяжести.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гладков С. О., Рабаданов Р. Г. О сильных нелинейных колебаниях тонкой струны // Нелинейная динамика. 2007 (в печати).
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. Т. 1. М.: Наука, 1973. 207 с.