

УДК 533.72

ПРИМЕНЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В КВАНТОВЫХ ФЕРМИ-ГАЗАХ

© А. Г. Нефедов

itbrains@gmail.com

Московский государственный областной университет, Москва

Получено точное решение полупространственной задачи о барнеттовском скольжении с диффузными граничными условиями. Приводится сравнение с аналитическим решением задачи о барнеттовском скольжении с полностью диффузным отражением молекул от границы полупространства [2].

Метод решения граничных задач кинетической теории развитый в [1] применен к решению задачи о барнеттовском скольжении с диффузными граничными условиями.

Построено релаксационное кинетическое уравнение, описывающее поведение ферми-газов в задаче о барнеттовском скольжении. Основная идея состоит в замене локально-равновесной функции Максвелла – Больцмана на локально-равновесную функцию Ферми – Дирака. Квантовый характер уравнения приводит к построению целого однопараметрического семейства уравнений переноса. Параметром семейства служит величина α — отношение химического потенциала к произведению постоянной Больцмана на абсолютную температуру.

Построенное семейство уравнений в предельном случае при $\alpha \rightarrow -\infty$ содержит классическое БГК-уравнение для одноатомного газа с постоянной частотой столкновений. Получено аналитическое решение задачи о барнеттовском скольжении в виде разложения по собственным сингулярным обобщенным функциям соответствующего характеристического уравнения

$$\psi(x, \mu, \alpha) = 2U_0(\alpha) - 2B_T\mu(\mu^2 - \frac{\delta(\alpha)}{2}) + \int_0^\infty \exp(-\frac{x}{\eta})\Phi(\eta, \mu, \alpha)a(\eta, \alpha)d\eta.$$

Это разложение сводится к решению сингулярного интегрального уравнения с ядром Коши

$$2U_0(\alpha) + 2B_T\mu(\mu^2 - \frac{\delta(\alpha)}{2}) + \int_0^\infty \frac{\eta a(\eta, \alpha)}{\eta - \mu}d\eta + \frac{\lambda(\mu, \alpha)}{K(\mu, \alpha)}a(\mu, \alpha) = 0, \quad \mu > 0.$$

Уравнение приводится к краевой задаче Римана теории функций комплексного переменного

$$\begin{aligned} \lambda^+(\mu, \alpha)[2U_0(\alpha) + 2B_T\mu(\mu^2 - \frac{\delta(\alpha)}{2}) + N^+(\mu, \alpha)] = \\ = \lambda^-(\mu, \alpha)[2U_0(\alpha) + 2B_T\mu(\mu^2 - \frac{\delta(\alpha)}{2}) + N^-(\mu, \alpha)], \quad \mu > 0. \end{aligned}$$

Сначала решена соответствующая однородная краевая задача, затем — неоднородная. Решение последней находится в классе мероморфных функций. Условия разрешимости и формулы Сохоцкого позволили найти все неизвестные коэффициенты разложения решения исходной граничной задачи и записать это решение в виде:

$$\frac{\psi(x, \mu, \alpha)}{B_T} = D(\mu, \alpha) + \frac{A(\mu, \alpha)}{X(\mu, \alpha)}H_+(\mu)\exp(-\frac{x}{\mu}) + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp(-\frac{x}{\eta})\frac{\sin \zeta(\eta, \alpha)}{X(\eta, \alpha)}A(\eta, \alpha) d\eta.$$

где

$$\begin{aligned} A(\eta, \alpha) &= 1 + 2V_1^2(\alpha) - 2V_1^*(\alpha) + 2V_1(\alpha)\eta + 2\eta^2, \\ D(\mu, \alpha) &= -V_1(\alpha) - 2V_1^3(\alpha) + 4V_1(\alpha)V_1^*(\alpha) + 2V_2^*(\alpha) - 2B_T\mu^3. \end{aligned}$$

Полученный результат необходим в теории термофореза при постановке граничных условий на поверхности аэрозольной частицы, обтекаемой потоком неоднородного по температуре разряженного газа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Латышев А. В., Юшканов А. А. Метод сингулярных уравнений в граничных задачах математической физики // Теор. и матем. физика. 2005. Т. 143, № 4. С. 855–870.
2. Гайдуков М. Н., Попов В. Н. О зависимости коэффициента барнеттовского скольжения от выбора модели интеграла столкновений // Вестник математического факультета. Архангельск, Изд-во Поморского государственного университета им. М. В. Ломоносова. 1997. Вып. 1. С. 26–31.