

УДК 519.63

РЕШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

© В. Д. Власенко

vlasenko@as.khb.ru

Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск

Проблемы физики диэлектриков, находящиеся на границе с механикой сплошной среды, в последнее время интенсивно развиваются. Это связано с исследованием сопряженных электроупругих полей, возникающих при пьезоэффекте. Интерес к этим исследованиям связан с быстрым развитием ряда областей современной техники — электроакустики, микроэлектроники, радиотехники, автоматики, измерительной техники и др.

На основании свойства преобразовывать механическую энергию в электрическую и наоборот, пьезоэлектрические материалы находят самое разнообразное применение на практике. Они используются в преобразователях для излучения и приёма акустической энергии, в приборах для измерения давления и вибраций, в устройствах вычислительной техники для преобразования и задержки сигналов и т. д.

Нестационарный режим работы, разнообразие форм пьезоэлементов и связность электрического и акустического полей приводят к большим математическим трудностям решения задачи электроупругости аналитическими методами или они даже вообще неразрешимы. Поэтому численные методы являются эффективными методами решения таких задач и позволяют заменить физический эксперимент математическим моделированием.

Полная система уравнений, описывающая связанные электроупругие процессы в пьезоэлектрических средах, состоит из уравнений движения сплошной среды и уравнений электростатики:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = -E_i, \quad (2)$$

а также уравнений состояния исследуемой среды, т. е. уравнений прямого и обратного пьезоэффекта

$$\sigma_{ik} = c_{iklm} S_{lm} - e_{lik} E_i, \quad (3)$$

$$D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ik} E_k + e_{ikl} S_{lm}, \quad (4)$$

где соотношения Коши (зависимости между деформациями и смещениями) имеют вид

$$S_{lm} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_l}{\partial x_m} + \frac{\partial \xi_m}{\partial x_l} \right).$$

В формулах (1)–(4) σ_{ik} , S_{ik} — компоненты тензоров механических напряжений и деформаций; $\xi_i = \xi_i(x, t)$ — компоненты вектора смещений; x_k — декартовы координаты; t — время; ρ — плотность пьезоматериала; E_i и D_i — компоненты векторов напряженности электрического поля и электрической индукции соответственно; φ — потенциал электрического поля; c_{iklm} , $\varepsilon_0 \varepsilon_{ik}$, e_{lik} — компоненты тензоров упругих, электрических и пьезоэлектрических констант, характеризующих упругую среду; $i, k, l, m = 1, 2, 3$.

Для системы (1)–(4) ставятся граничные условия импедансного вида

$$\sigma_{ik} \pm z_a \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = 0, \quad (5)$$

где z_a — сопротивления акустических нагрузок, приложенных к границам пьезоматериала.

Система (1)–(4) с граничными условиями (5) полностью описывает электроупругие процессы в пьезоматериалах в режиме излучения и приема.

Для одномерного и двумерного случаев построены устойчивые разностные схемы. Доказаны теоремы устойчивости и сходимости. Создана система программ для расчета амплитудно-частотных характеристик и численного моделирования переходных процессов в поляризованных пьезопреобразователях с пьезоэлементом из керамики. Математическое моделирование соответствует реальному физическому процессу для исследования электроакустических характеристик пьезоэлектрических преобразователей. Сравнение численных результатов, полученных по разработанному алгоритму с данными экспериментальных исследований позволяет сделать вывод об эффективности предложенного алгоритма.