

УДК 539.3

ОСРЕДНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В УПРУГИХ КОМПОЗИТАХ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

© А. М. Каримов

karimov@tps.uz

Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта, Ташкент, Узбекистан

Рассмотрим распространение нестационарных волн в композиционном материале, занимающий объем V , ограниченной поверхностью Σ . Тензор модулей упругости C_{ijkl} и плотность которого является периодическими функциями координат.

Начально-краевая задача теории упругости для такой среды заключается в решении дифференциальных уравнений:

$$[C_{ijkl}(\vec{x})u_{k,l}]_{,j} + X_i = \rho(\vec{x}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (1)$$

относительно компонент вектора перемещений $\vec{u}$ при удовлетворении граничным и начальным условиям. Не будем конкретизировать типы этих условий.

После применения преобразования Фурье по времени к уравнениям (1) решение ищется в виде асимптотического разложения по малому параметру ε , равный отношению характерного размера ячейки периодичности к характерному размеру рассматриваемой задачи:

$$u_i(\vec{x}, \omega) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s \sum_q N_{ijk_1 k_2 \dots k_{s-2q}}^{(s)(q)} v_{j, k_1 k_2 \dots k_{s-2q}}, \quad (2)$$

где $\vec{N}(\vec{\xi}, \omega)$ — локальные функции, периодические по переменным $\vec{\xi} = \frac{\vec{x}}{\varepsilon}$. Суммирование по q происходит от $q = 0$ так чтобы выполнялось условие $s - 2q \geq 0$. Все локальные функции имеющие отрицательные индексы равны нулю. ω — параметр преобразования Фурье.

Подставляя (2) в (1) и применяя известной техники метода осреднения [1] получим начально-краевые задачи для однородного анизотропного тела с эффективными модулями упругости для отыскания “среднего” поля перемещений $\vec{v}_i(\vec{x}, \omega)$ и неоднородных задач теории упругости на ячейке периодичности для определения локальных функций.

Для обеспечения единственного решения задачи на ячейки периодичности требуется, чтобы локальные функции были непрерывными и периодически продолжаемыми. Следовательно, при переходе через границу ячейки периодичности в направлении внешней нормали величина скачка функции $\vec{N}$ обращаются в нуль. Кроме этого, необходимо выполнение следующих условий

$$\langle N_{ijk_1 k_2 \dots k_{s-2q}}^{(s)(q)}(\vec{\xi}, \omega) \rangle = F_{ijk_1 k_2 \dots k_{s-2q}}^{(s)(q)}(\omega), \quad (3)$$

где $F_{ijk_1 k_2 \dots k_{s-2q}}^{(s)(q)}(\omega)$ — некоторые величины, которые определяются из сравнения точного решения тестовой задачи с решением полученным данным методом [2]. Здесь $\langle \cdot \rangle$ — оператор осреднения.

В результате, решение задачи на ячейки периодичности в отличие от [3], зависит от параметра преобразования Фурье, следовательно, от времени t . Это означает, что локальные функции отражают динамические эффекты, которые происходят на ячейки периодичности.

В частности, когда рассматриваются распространение стационарных волн в слоистом композите, образованный периодическим повторением двух однородных анизотропных слоев с разными механическими свойствами получено дисперсионное уравнение учитывающее дисперсии волн [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Победря Б. Е.* Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 336 с.
2. *Каримов А. М.* Свободные колебания упругого композиционного слоя периодической структуры // Вестник МГУ. Сер. матем. мех. 1986. № 3. С. 106–108.
3. *Бахвалов Н. С., Эглит М. Э.* Об упругих модулях высшего порядка, определяющих дисперсию волн в микро неоднородных средах // Упругость и неупругость. М.: Изд-во МГУ, 2001. С. 263–276.
4. *Каримов А. М.* Дисперсионное уравнение упругих композитов, периодической структуры // Узбекский журнал проблем механики. 2001. № 1. С. 20–22.