УДК 517.946

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЛАМЕ В R^m

© О. И. Махмудов

MakhmudovO@rambler.ru

Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

В статье рассматриваются вопросы регуляризации задачи Коши для систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Пусть $x = (x_1, \dots, x_m)$, $y = (y_1, ..., y_m)$ точки Евклидова пространства R^m и D область в R^m с кусочно-гладкой границей ∂D , S — часть ∂D, $\Sigma = \partial D \backslash S$. Рассмотрим в области D систему уравнений Ламе в векторной форме

$$\mu \Delta U(y) + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} U(y) = 0, \tag{1}$$

здесь $U = (U_1, ..., U_m)$ — вектор смещения; Δ — оператор Лапласа; λ, μ — постоянные Ламе.

Постановка задачи. Известны данные Коши решения системы на поверхности S:

$$\begin{cases} U(y) = f(y), \ \ y \in S, \\ T(\partial_y, n(y))U(y) = \psi(y), \ \ y \in S, \end{cases} \tag{2}$$

где $f = (f_1, \dots, f_m)$, $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_m)$ — заданные непрерывные вектор-функции на S, $T(\partial_y, n(y))$ — оператор напряжения, т. е.

$$T(\partial_y, n(y)) = ||T_{ij}(\partial_y, n(y))||_{m \times m} = \left|\left| \lambda n_i \frac{\partial}{\partial y_j} + \mu n_j \frac{\partial}{\partial y_i} + \mu \delta_{ij} \frac{\partial}{\partial n} \right|\right|_{m \times m},$$

δ_{ij} — символ Кронекера, а $n = (n_1, ..., n_m)$ — единичный вектор нормали к поверхности S.

Требуется определить функцию $U(y)$ в D, исходя из заданных f и ψ, т. е. решить задачу аналитического продолжения решения системы уравнений в пространственной области по ее значениям f и значениям ее напряжений ψ на гладком куске S границы.

Существенно используя результаты работ [1, 2] по задаче Коши для уравнения Лапласа, нам удалось построить матрицу Карлемана в явном виде и на ее основе регуляризованное решение задачи Коши для системы уравнений (1). Поскольку здесь идет речь о явных формулах, то построение матрицы Карлемана в элементарных и специальных функциях представляет значительный интерес. При $m = 2, 3$ рассматриваемая задача совпадает с задачей Коши для системы уравнений теории упругости, уравнений статики изотропной упругой среды. В этих случаях задача (1), (2) для специальных классов областей исследована в работах [4–6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лаврентьев М. М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1962. 92 с.
2. *Ярмухамедов Ш. Я.* О задаче Коши для уравнения Лапласа // Докл. АН СССР. 1977. Т. 235, № 2. С. 281–283.
3. *Махмудов О. И.* Задача Коши для системы теории упругости в пространстве. Дисс. к.ф.-м.н. Новосибирск, 1990. 80 с.
4. *Махмудов О. И.* Задача Коши для системы уравнений пространственной теории упругости в перемещениях // Изв. ВУЗов. Математика. 1994. № 1 (380). С. 54–61.
5. *Махмудов О. И., Ниезов И. Э.* Регуляризация решения задачи Коши для системы уравнений теории упругости в перемещениях // Сиб. мат. журн. 1998. Т. 39, № 2. С. 369–376.
6. *Махмудов О. И., Ниезов И. Э.* Об одной задаче Коши для системы уравнений теории упругости // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 5. С. 674–678.