

УДК 539.3

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С НЕЛИНЕЙНЫМ МЕХАНИЗМОМ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ

© А. Н. Тюреходжаев, А. Г. Ибраев, М. Ж. Сергазиев, З. У. Шагатаева

tyurekhodja@ntu.kz

Казахский национальный технический университет имени К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан

Получены аналитические решения задач о нелинейных суб- и супергармонических колебаниях упругого стержня, по боковой поверхности которого действует сухое трение Кулона. Колебания описываются нелинейными уравнениями гиперболического типа. Получены решения для одномодульной и разномодульной системы с одной и с двумя степенями свободы. Рассмотрена практически важная задача о движении отдельного вагона и железнодорожного состава с учетом влияния трения, шпал и стыков рельс.

Проблема квазистатического и динамического деформирования механических систем при наличии нелинейного механизма диссипации энергии, каким является контактное сухое трение, представляет значительный интерес в теории и практике нелинейной механики. В общем случае системы с сухим трением — это слоистые среды, в которых в процессе нагружения появляется частичное или полное проскальзывание между слоями.

В качестве примеров деформируемых систем, для которых фрикционный контакт имеет важную роль, можно указать на взаимодействие буровых колонн с грунтом в нефтепромысловом деле, различных подземных сооружений, оползание горных и снежных массивов, работу композитных материалов; процесс забивки свай и определение их несущей способности, панели, соединенные внахлест в самолетостроении, ленточные и пластинчатые конвейеры на роликоопорах. Подобные ситуации возникают в сейсмогенных процессах, электротехнике, авторегулировании и т. д.

Рассмотрение поведения упругого стержня при наличии сухого трения по боковой поверхности под воздействием динамического возбуждения на торце приводит к нелинейной гиперболической системе уравнений [1, 2]

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \nu}{\partial x} + \chi \left(\frac{\nu}{|\nu|}; \frac{\partial \nu / \partial t}{|\partial \nu / \partial t|} \right) \cdot q, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = E \frac{\partial \nu}{\partial x},$$

где σ — напряжение, $\nu = \frac{\partial u}{\partial t}$ — скорость, u — смещение произвольного сечения x , χ — знак скорости, принимающий значение $+1$ или -1 при движении и любое значение в диапазоне $(-1; +1)$ в покое, которое должно быть установлено из соответствующей квазистатической задачи; E — модуль упругости стержня. Присутствие в уравнении функции χ делает задачу существенно нелинейной.

Пусть конец $x = l$ заделан

$$u(l, t) = 0, \quad (2)$$

а на конце $x = 0$ приложено прямоугольное гармоническое напряжение в частности в n целое число раз меньшей частоты собственных колебаний стержня

$$\sigma(0, t) = \sigma_0 \left[H(t) - 2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k H(t - 2kml/a) \right], \quad (3)$$

В начальный момент времени примем стержень покоящимся и ненапряженным

$$\sigma(x, 0) = 0, \quad \nu(x, 0) = 0. \quad (4)$$

В соответствии с граничными условиями и начальными условиями область зависимости решения будет состоять из достаточно большого количества областей. Из различных соображений можно установить знаки трения в этих областях и области, где скорость обращается в нуль, и записать χ – функцию через сумму единичных функций Хевисайда со сдвинутыми аргументами, следовательно, выразить χ как функцию независимых переменных нелинейной задачи (1)–(3). Тогда уравнение движения становится линейным и можно решение задачи получить, привлекая аппарат линейной теории дифференциальных уравнений, например, интегральное преобразование Лапласа – Карсона.

Решение для всей полосы независимости задачи представляются громоздкой формулой, но для отдельных характерных областей решения получают очень компактные выражения. Анализ решений показывает, что под воздействием прямоугольных гармонических нагрузок с частотой в целое число раз больше и меньше, чем частота собственных колебаний стержня имеет место субгармонические и супергармонические колебания с двумя частотами: одно с частотой собственных колебаний системы, другое — с частотой нагружения.

К уравнению гиперболического типа сводится рассмотрение динамического деформирования рельса при движении железнодорожного транспорта. Получено решение задачи при наличии дискретно распределенных шпал, стыков, трения качения и учета отражения волн от торцов рельс и совокупности “бесконечно” отражающихся волн от колес, возникающих вследствие удара колес о торцы рельсов и движения колес. Выполнены оценка вклада в напряженно-деформированное состояние рельсов от каждого фактора. Установлено, что наибольший вклад дает удары и движущиеся колеса. Выполнены расчетно-графические работы [3].

Исследовано квазистатическое напряженно-деформированное состояние упругого стержня при некулоновых законах сухого трения, построена петля гистерезиса, вычислена работа сил за один цикл нагружения. Получены закономерности затухания, установившегося и резонансного колебания разномодульной системы с сухим трением при циклической нагрузке одного знака. Для механической системы с двумя степенями свободы показано, что даже затухающее колебание сопровождается резкими изменениями скорости и дрожанием системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tyurekhodjaev A. N., Nikitin L. V. Wave propagation and vibration of elastic rods with interfacial frictional slip // Wave Motion North-Holland, New York. 1990. V. 12. P. 513–526.
2. Tyurekhodjaev A. N. Action of a shock wave in a ground on the pipeline of final length // Works of the European conference on geomechanics. Vol. III. Amsterdam. 1999. P. 139–144.
3. Tyurekhodjaev A. N., Ibraev A. G., Sergaziev M. Zh. Dynamics of nonlinear mechanical systems with external dry friction // Fourth Assiut University Int. Conf. on Mech. Eng. Advanced Tech. For Indus. Prod., December 12–14, 2006. P. 698–700.