

УДК 517.545

МЕРОМОРФНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ И ФУНКЦИИ НА КОНЕЧНОЙ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

© В. В. Чуешев*, А. Н. Чичкакова**

* vvchueshev@ngs.ru

* Кемеровский государственный университет, Кемерово;

** Горно-Алтайский государственный университет, Горно-Алтайск

Пусть F — компактная риманова поверхность рода $g \geq 2$ и F' — (конечная) риманова поверхность типа (g, n) , $n \geq 1$. Обозначим через $\Omega(F')$ пространство голоморфных (абелевых) дифференциалов на F' .

Теорема 1. Комплексное векторное пространство $\Omega(F')$ будет бесконечномерно.

Зададим отображение $\chi : \Omega(F') \rightarrow \mathbb{C}^{2g+n-1}$ по правилу

$$\omega \rightarrow \left(\int_{a_1} \omega, \dots, \int_{a_g} \omega, \int_{b_1} \omega, \dots, \int_{b_g} \omega, \int_{c_1} \omega, \dots, \int_{c_{n-1}} \omega \right),$$

где $a_1, \dots, a_g, b_1, \dots, b_g, c_1, \dots, c_n$ — образующие в группе $\pi_1(F', O)$.

Теорема 2. Пространство $\Omega(F') = \ker \chi \oplus \text{Im} \chi$, причём ядро $\ker \chi$ бесконечномерно и состоит из всех точных голоморфных дифференциалов на F' , а $\text{Im} \chi$ имеет размерность $2g + n - 1$.

Теорема 3. Для любой точки Q на F' и для любого натурального числа $l \geq 1$ существует мероморфная функция f на F' такая, что $(f) \geq \frac{1}{Q^l}$, но $(f) \not\geq \frac{1}{Q^{l-1}}$ на F' , т. е. l будет непобелом Вейерштрасса для Q на F' .

Теорема 4. Для любой последовательности $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$ и для любого натурального числа $s \geq 1$ существует мероморфная функция f на F' такая, что $(\tilde{f}) \geq \frac{1}{Q_l \dots Q_s}$ и $(\tilde{f}) \not\geq \frac{1}{Q_l \dots Q_{s-1}}$, т. е. s будет непобелом Нётера для данной последовательности на F' .

Таким образом, теоремы Вейерштрасса и Нётера о пробелах не имеют аналогов на F' .

Следующая теорема является аналогом теоремы Абеля для конечной поверхности.

Теорема 5. Дивизор D является дивизором однозначной мероморфной функции f на F' класса A_1 тогда и только тогда, когда существуют целые числа $m_1, \dots, m_n$ такие, что:

- 1) $-\deg D = m_1 + \dots + m_n$,
- 2) $-\varphi(D) \equiv \sum_{j=1}^n m_j \varphi(P_j)$ в многообразии Якоби $J(F)$ для F .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуешев В. В. Геометрическая теория функций на компактной римановой поверхности. Кемерово: Изд-во Кемер. ун-та, 2005. 401 с.
2. Behnke H., Sommer F. Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen. Berlin: Springer-Verlag, 1955