Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 482–482

УДК 517.537+517.923 → 517.58

РАЗЛОЖЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ${}_mF_{m-1}(z)$ В РЯДЫ ТИПА МОДИФИЦИРОВАННОЙ ФОРМЫ НЕЙМАНА ПО ОБОБЩЕННЫМ ФУНКЦИЯМ БЕССЕЛЯ

© М. Д. Хриптун

Khriptun@math.nsc.ru

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Хорошо известно, что обобщенные гипергеометрические функции (ОГФ)

$$ {}_pF_q(a_1, a_2, \ldots, a_p;\, b_1, b_2, \ldots, b_q;\, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n \cdots (a_p)_m}{(b_1)_n \ldots (b_q)_n} \frac{z^n}{n!} $$

являются решениями многих задач в математике, статистике, математической физике и других областях.

Во многих случаях очень нужно знать поведение этих решений при больших значениях их параметров a_i ($i = 1, 2, \ldots, p$).

Для ОГФ стандартное асимптотическое разложение известно, когда аргумент z большой, а параметры фиксированные (см. [1], [2]). Для ${}_pF_q(z)$ дифференциальное уравнение имеет порядок $\max(p, q+1)$. Но для больших порядков уравнений нет подходящего метода для построения равномерного разложения для больших значений их параметров.

В докладе приводим теорему разложения ОГФ ${}_mF_{m-1}(z)$ в модифицированный ряд типа Неймана по обобщенным функциям Бесселя (ОФБ), которую можно использовать для нахождения асимптотического поведения ее при больших значениях параметров a_i ($i = 1, 2, \ldots, m$).

Теорема. *Если* $\left|\left(\frac{z}{m}\right)^m / (m-1)^{m-1} a_1 \cdot a_2 \cdots a_m\right| < 1$, *то для любых* a_i ($i = 1, 2, \ldots, m$), b *и* z *имеет место разложение*

$$ \frac{(z/m)^b}{\Gamma(b+1)}\, {}_mF_{m-1}\left[a_1, \ldots, a_m;\, \frac{b+1}{m-1}, \ldots, \frac{b+m-1}{m-1};\, \frac{(z/m)^m}{(m-1)^{m-1}\, a_1 \cdots a_m}\right] = $$
$$ \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!}\, {}_{m+1}F_0\left(-l, a_1, \ldots, a_m;\, \frac{1}{a_1 \cdots a_m}\right) \left(\frac{z}{m}\right)^l U^{(m)}_{b+(m-1)l}(z), $$

где ${}_mF_{m-1}(z)$ *— ОГФ,* ${}_{m+1}F_0(-l) = {}_{m+1}F_0\left(-l, a_1, \ldots, a_m;\, \frac{1}{a_1 \cdots a_m}\right)$ *— обобщенный гипергеометрический полином,* $U^{(m)}_b(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(z/m)^{b+mk}}{k!\Gamma[(m-1)k+b+1]}$ *— обобщенная функция Бесселя* (см. [3], формула (3) при $b = \nu_m$), $(a)_n = a(a+1)\cdots(a+n-1) = \Gamma(a+m)/\Gamma(a)$, $(a)_0 = 1$ *— символ Похгаммера,* $\Gamma(z)$ *— гамма-функция.*

Доказательство теоремы основано на использовании интегрального представления Эйлера для гамма-функции и классических фактов математического анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Braaksma B. L.* Asymptotic Expansion and Analytic Continuation for a Class of Barnes-Integrals. Noordhoff, Groningen, 1963.
2. *Luke Y. L.* The Special Functions and Their Approximations. New York: Academic Press, 1969. V. I–II.
3. *Хриптун М. Д.* Теоремы умножения для решений обобщенного дифференциального уравнения Бесселя m-го порядка // Дифференциальные уравнения. 1975. Т. 11, № 2. С. 287–293.