

УДК 517.3

ПРИЗНАК СЮРЪЕКТИВНОСТИ СОБСТВЕННЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

© Д. С. Коновалова

dsk@math.nsc.ru

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Исследуется разрешимость уравнений, заданных нелинейными непрерывными операторами, действующими в конечномерных пространствах H^n . Предполагается, что рассматриваемые нелинейные операторы являются собственными (для конечномерных пространств это означает, что образ неограниченной последовательности также является неограниченной последовательностью).

В данном сообщении представлены условия, при которых соответствующие отображения являются сюръективными. Более конкретно, получена следующая теорема.

Теорема. Пусть $F : H^n \rightarrow H^n$ — непрерывное отображение, обладающее следующими свойствами:

(i) существует замкнутый шар $B_0(x_0, r) \subset H^n$ такой, что сужение $F|_{B_0}$ — взаимно-однозначное отображение,

(ii) B_0 — полный прообраз множества FB_0 ,

(iii) F — собственное отображение.

Тогда отображение F сюръективно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО теоремы носит геометрический характер и проводится с использованием теоремы Брауэра об инвариантности областей при гомеоморфизмах, а также классических фактов математического анализа.

ЗАМЕЧАНИЕ. Условия (i) – (ii) теоремы, фактически, означают требование единственности прообраза для каждого элемента множества FB_0 . Незначительное изменение доказательства позволяет заменить это требование более слабым, а именно: каждый элемент множества FB_0 имеет *нечетное* количество прообразов. Это позволяет применить результат теоремы к более широкому классу отображений.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке СО РАН (Междисциплинарный интеграционный проект № 48) и гранта поддержки ведущих научных школ России (НШ-7157.2006.1).