Международная конференция "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", 2007, с. 440–440

УДК 517.54

ПОЛНОТА ПРОСТРАНСТВА ОБОБЩЁННЫХ МЕР В МЕТРИКЕ КАНТОРОВИЧА – РУБИНШТЕЙНА

© А. С. Кравченко

kravch@math.nsc.ru

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Пусть (X, ρ) — полное метрическое пространство и $Q(X)$ — линейное пространство сепарабельных (т.е. с сепарабельным носителем) счётно-аддитивных обобщённых мер (зарядов) ν, заданных на борелевской σ-алгебре $\mathcal{B}(X)$, таких, что $\nu(X) = 0$. Обозначим

$$\mathrm{lip}_1(X) = \{f : X \to \mathbb{R} : \ |f(x) - f(y)| \leq \rho(x, y) \text{ для всех } x, y \in X\}.$$

Для каждой обобщённой меры $\nu \in Q(X)$ рассмотрим супремум

$$K(\nu) = \sup \left\{ \int_X f \, d\nu : \ f \in \mathrm{lip}_1(X) \right\}.$$

Определим $\mathcal{M}(X)$ как множество таких обобщённых мер ν из $Q(X)$, для которых значение $K(\nu)$ определено и конечно и $|\nu|(X) \leq 1$. Множество $\mathcal{M}(X)$ является метрическим пространством с метрикой Канторовича [2]: $\rho_K(\nu, \mu) = K(\nu - \mu)$. Данная метрика имеет важное значение в теории самоподобных фракталов (см. [1, 3]).

Теорема. *Метрическое пространство $\mathcal{M}(X)$ — полно.*

Данная теорема обобщает основной результат работы [3] на множество зарядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hutchinson J.* Fractals and Self Similarity // Indiana Univ. Math. Journal. 1981. V. 30, № 5. P. 713–747.
2. *Канторович Л. В., Акилов Г. П.* Функциональный анализ. М.: Наука, 1984. 752 с.
3. *Кравченко А. С.* Полнота пространства сепарабельных мер в метрике Канторовича – Хатчинсона // Сиб. мат. журн. 2006. Т. 47, № 1. С. 85–96.