

О СОВЕРШЕННЫХ ТРУБЧАТО (О-С)-МОРФИЗМАХ ТРУБЧАТО (СЛАБО) П-ПОЛНЫХ И ТРУБЧАТО (СЛАБО) СУПЕРПАРАКОМПАКТНЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ

© Д. К. Мусаев, С. Д. Мусаева

davlatali52@mail.ru

Институт математики им. В. И. Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

Всюду ниже под пространством понимается топологическое пространство, под отображением — непрерывное отображение пространств.

Для системы $\omega = \{O_\alpha : \alpha \in A\}$ подмножеств пространства X и $M \subseteq X$ считаем $\cup \omega = \cup \{O_\alpha : \alpha \in A\}$; $[\omega] = [\omega]_X = \{[O_\alpha]_X : \alpha \in A\}$.

Относительно (максимальной) бикомпактификации $(\beta f : \beta_f X \rightarrow Y)$ $\beta f : \beta_f X \rightarrow Y$ тихоновского отображения [1] и ее нароста $(R_\beta X = R_{\beta X} X = \beta_f X \setminus X)$ $R_b X = R_{bX} X = \beta_f X \setminus X$ сошлемся на [1].

Напомним основные для данной работы определения.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1 [2]. Для пространства X , его подпространства A и множества $B \subset X \setminus A$ (точки $x \in X \setminus A$) будем говорить, что покрытие λ пространства A выкалывает множество B (точку x) в X , если $B \cap (\cup[\lambda]_X) = \emptyset$ ($x \notin \cup[\lambda]_X$).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2 [2]. Тихоновское отображение $f : X \rightarrow Y$ назовем

1) $(\tau-)$ суперпаракомпактным (соответственно слабо $(\tau-)$ суперпаракомпактным), если для любого замкнутого в $\beta_f X$ множества $F \subseteq \beta_f X \setminus X$ найдется открыто-замкнутое дизъюнктное (соответственно открыто-замкнутое) τ -покрытие пространства X , выкалывающее множество F в $\beta_f X$;

2) трубчато $(\tau-)$ суперпаракомпактным (соответственно трубчато слабо $(\tau-)$ суперпаракомпактным), если для любого замкнутого $\beta_f X$ множества $F \subseteq \beta_f X \setminus X$ у каждой точки $y \in (\beta f)F$ существуют такая окрестность Oy в Y и открыто-замкнутое дизъюнктное (соответственно открыто-замкнутое) τ -покрытие трубки $f^{-1}Oy$, выкалывающее множество F в $(\beta f)^{-1}Oy$;

3) $(\tau-)$ П-полным (соответственно слабо $(\tau-)$ П-полным), если для любой точки $x \in R_\beta X$ найдется открыто-замкнутое дизъюнктное (соответственно открыто-замкнутое) τ -покрытие пространства X , выкалывающее точку x в $\beta_f X$;

4) трубчато $(\tau-)$ П-полным (соответственно трубчато слабо $(\tau-)$ П-полным), если для любой точки $x \in R_\beta X$ найдутся окрестность O точки $\beta f(x)$ и открыто-замкнутое дизъюнктное (соответственно открыто-замкнутое) τ -покрытие трубки $f^{-1}O$, выкалывающее точку x в $(\beta f)^{-1}O$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Морфизм [3] $\varphi : f \rightarrow g$ назовем (трубчато) (О-С)-морфизмом отображения $f : X \rightarrow Y$ в отображение $g : Z \rightarrow Y$, если $\varphi : X \rightarrow Z$ является (трубчато) (О-С) отображением (см. [4, опр.7]).

Заметим, что любой сюръективный совершенный и монотонный [2] морфизм $\varphi : f \rightarrow g$ отображений $f : X \rightarrow Y$ и $g : Z \rightarrow Y$ является трубчато (О-С)-морфизмом, следовательно, и (О-С)-морфизмом отображений $f : X \rightarrow Y$ и $g : Z \rightarrow Y$. Обратное, вообще говоря, не верно.

Предложение. Если морфизм $\varphi : f \rightarrow g$ тихоновских отображений $f : X \rightarrow Y$ и $g : Z \rightarrow Y$ является совершенным (трубчато) (О-С)-морфизмом, то продолжающий [1] его морфизм $\tilde{\varphi} : \beta f \rightarrow \beta g$ также является совершенным (трубчато) (О-С)-морфизмом.

Теорема 1. Пусть сюръективный морфизм $\varphi : f \rightarrow g$ тихоновских отображений $f : X \rightarrow Y$ и $g : Z \rightarrow Y$ является: а) совершенным (О-С)-морфизмом; б) совершенным (трубчато) (О-С)-морфизмом. Тогда: а) если f — (слабо) П-полно, то и отображение g — (слабо) П-полно; б) если f — трубчато (слабо) П-полно, то и отображение g — трубчато (слабо) П-полно.

Из теоремы 1 в случае одноточечного пространства Y вытекает

Следствие. Если f — совершенное (О-С)-отображение (слабо) Π -полного пространства X на тихоновское пространство Y , то Y (слабо) Π -полно.

Теорема 1 является обобщением предложения 4 из [2].

Теорема 2. Пусть имеем отображение $f : X \rightarrow Y$.

а) отображение f (τ -) суперпаракомпактно, слабо (τ -) суперпаракомпактно, если, соответственно, таким же является пространство X , и пространство Y хаусдорфово; б) пространство X является (τ -) суперпаракомпактным, слабо (τ -) суперпаракомпактным, если, соответственно, такими же являются пространство Y и отображение f .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пасынков Б. А. О распространении на отображения некоторых понятий и утверждений, касающихся пространств // Отображения и функторы. М.: Изд-во МГУ, 1984. С. 72–102.
2. Мусаев Д. К. О характеристике полных отображений посредством морфизмов в нульмерные // Мат. труды. 2004. Т. 7, № 2. С. 72–97.
3. Мусаев Д. К., Пасынков Б. А. О свойствах компактности и полноты топологических пространств и непрерывных отображений. Ташкент: ФАН, 1994.
4. Мусаев Д. К. Бикомпактность полных отображений и ее связи с различными видами несвязностей непрерывных отображений // Мат. труды. 2005. Т. 8, № 2. С. 184–198.