

УДК 517.518.13+517.518.14+512.81+517.518.475

ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ ОДНОГО КЛАССА СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

© Н. Н. Романовский

nnrom@math.nsc.ru

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

В докладе рассматриваются сингулярные интегральные операторы следующего вида:

$$If(x) = \int_{\Omega} \frac{1}{|x^{-1} \cdot y|^{\nu}} K(x, x^{-1} \cdot y) dy, \quad (1)$$

где через Ω обозначена область группы Карно G , ν обозначает однородную размерность группы G , а $\cdot$ групповую операцию, ядро $K(x, z)$ предполагается однородным порядка 0 относительно z , $K \in C^{\infty}(\Omega \times (G \setminus \{e\}))$ и интеграл K по переменной z по единичной сфере группы равен 0. Мы доказали ограниченность таких интегральных операторов в смысле L_p -нормы, $1 < p < \infty$, см. [1].

В случае, когда G есть евклидово пространство размерности n , имеем $x \cdot y := x + y$, $\nu = n$. Таким образом, доказанный результат представляет из себя обобщение теоремы Михлина, см. [2]. Также названный результат обобщает результат работы А. В. Кнаппа и Е. М. Стейна [3], в которой доказана ограниченность оператора

$$If(x) = \int_{\Omega} \frac{1}{|x^{-1} \cdot y|^{\nu}} K(x^{-1} \cdot y) dy,$$

здесь Ω , как и в нашем случае, является областью группы Карно, но ядро K зависит только от $x^{-1} \cdot y$, и известную теорему Зигмунда – Кальдерона. Имеется также связь с результатами работ О. В. Бесова, см. [4], в которых доказана ограниченность сингулярных интегральных операторов в анизотропном случае.

Ограниченность оператора (1) может быть использована в теории пространств Соболева для функций, заданных в областях групп Карно, при выводе коэрцитивных оценок. Интегральный оператор, возникающий при дифференцировании слагаемого, содержащего производные, в интегральном представлении Соболева имеет описанный вид, см. [5]. Также доказанный результат может быть использован в связи с некоторыми вопросами дифференциальной геометрии, см. [6], и теории уравнений в частных производных, например, при изучении свойств решений некоторых систем уравнений в частных производных и исследовании свойств решений некоторых смешанных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романовский Н. Н. О проблеме Михлина на группах Карно // Сиб. мат. журн. (в печати).
2. Михлин С. Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. М.: Физматгиз, 1962.
3. Knapp A. W., Stein E. M. Intertwining operators for semi-simple groups // Ann. of Math. 1971. V. 93. P. 489–578.
4. Бесов О. В., Ильин В. П., Никольский С. М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1975.
5. Соболев С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. М.: Наука, 1988.
6. Решетняк Ю. Г. Теоремы устойчивости в геометрии и анализе. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО РАН, 1996.