

УДК 517.54

О СТРУКТУРНЫХ ФОРМУЛАХ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КОНЕЧНОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

© А. С. Сорокин

andsor@mail.ru

Кузбасская государственная педагогическая академия, Новокузнецк

В работе рассмотрен центральный вопрос теории интегральных представлений регулярных и однозначных функций — даётся распространение центральных теорем метода структурных формул для некоторых классов обобщенных аналитических функций [1-4].

Эти интегральные представления регулярной и однозначной в многосвязной круговой области функции получены методом функциональных уравнений, основанным на разделении особенностей функции преобразования и на сведении задачи её определения к системе функциональных уравнений, которые затем решаются методом последовательных подстановок.

В связи с необходимостью преодоления эффектов многозначности, проявляющихся из-за многосвязности области, указываются дополнительные условия разрешимости задачи.

Теорема. Пусть $W(z)$ есть регулярное и однозначное решение в G уравнения Векуа с коэффициентом, принадлежащим $L_p, p > 2$ и пусть вещественная часть $W(z)$ на граничных компонентах $C_k, k = 0, \dots, n$; принимает непрерывные значения $f_k(\zeta)$.

Пусть, далее $\tilde{\mu}_k(\vartheta) = \mu_k(a_k + R_k \exp(i\vartheta)), k = 0, 1, \dots, n$, — функции класса $VB[-\pi, \pi]$, удовлетворяющие соотношениям

$$\mathcal{A}_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\tilde{\mu}_m(\vartheta) = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^n \frac{\delta_k}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_k(a_k + R_k \exp(i\vartheta)) d\tilde{\mu}_k(\vartheta), \quad m = 1, \dots, n,$$

где

$$S_m(\zeta) = 1 + \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\substack{k_{2\nu} \neq k \\ k_1 \neq k_2}} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^n \left(\frac{\zeta + \overline{L_m} E_{2\nu} L_k(z)}{\zeta - \overline{L_m} E_{2\nu} L_k(z)} \right) \Big|_{b_k}^{a_m} - \frac{\zeta + \overline{E_{2\nu} L_k(z)}}{\zeta - \overline{E_{2\nu} L_k(z)}} \Big|_{b_k}^{\overline{a_m}}.$$

$b_0 = 0, b_m = \infty, m = 1, \dots, n, \delta_k$ — символ Кронекера [1].

При этом

$$E_{2\nu}(z) = L_{k_1} \overline{L_{k_2}} \cdots L_{k_{2\nu-1}} \overline{L_{k_{2\nu}}}(z), \quad \nu = 1, 2, \dots,$$

$$E_0(z) \equiv z.$$

Кроме того,

$$L_k(\zeta) = \overline{a_k} + \frac{R_k^2}{\zeta - a_k}.$$

Далее, пусть

$$C_2^1 \widehat{W}_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=\rho} \frac{W(z)}{z} dz,$$

$$R_0 > \rho > R_0^0 = \max_{1 \leq m \leq n-1} \{R_m + |a_m|\},$$

где C_2^1 — вещественное число, $\widehat{W}_1(z)$ определяется константными решениями уравнения Векуа. Тогда структурная формула

$$W(z) = \sum_{k=0}^n \frac{\delta_k}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_k(a_k + R_k \exp(i\vartheta), z) d\tilde{\mu}_k(\vartheta) + C_2^1 \widehat{W}_1(z),$$

является необходимым и достаточным условием принадлежности функции $W(z)$ классу $\mathcal{B}(R_j, a_j, j = 0, \dots, n)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокин А. С. Формула Вилля для обобщенных аналитических функций // Докл. АН СССР. 1973. Т. 210, № 6. С. 1293–1296.
2. Сорокин А. С. Об одной смешанной краевой задаче теории обобщенных аналитических функций // Метрические вопросы теории функций и отображений. Киев: Наукова Думка, 1977. С. 125–131.
3. Сорокин А. С. Параметрическое представление функций в конечносвязных областях // Сиб. матем. журн. 1997. Т. 38, № 5. С. 1163 – 1178.
4. Сорокин А. С. Структурные формулы некоторых классов аналитических функций в конечносвязной области // Матем. сб. 1997. Т. 188, № 12. С. 107–134.