

Исследование коэффициентной обратной задачи для уравнения диффузии

Р.В. Бризицкий*

* ИПМ ДВО РАН
ул. Радио, 7,
690041 Владивосток, Россия
E-mail: mlnwizard@mail.ru

Исследование было поддержано грантом Президента Российской Федерации НШ-9004.2006.1, грантом РФФИ-Дальний Восток, проект №06-01-96020-р_восток_a, и грантами ДВО РАН (проекты: 06-I-П22-086, 06-II-СО-03-010, 06-III-A-01-011)

В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ с границей Γ , состоящей из двух частей Γ_D и Γ_N , рассматривается краевая задача

$$-\lambda \Delta \varphi + \mathbf{u} \cdot \nabla \varphi = f \text{ в } \Omega, \quad \varphi = 0 \text{ на } \Gamma_D, \quad \lambda \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} + \alpha \varphi \right) = \chi \text{ на } \Gamma_N. \quad (1)$$

Здесь φ – концентрация загрязняющего вещества, \mathbf{u} – заданный вектор скорости, λ – постоянный коэффициент диффузии, α и χ – определенные на Γ_N функции.

Основной целью данной работы является исследование коэффициентной обратной задачи для модели (1). Эта задача сводится к задаче условной минимизации функционала

$$J(\varphi, \alpha) \equiv \|\varphi - \varphi_d\|^2 + \frac{\mu}{2} \|\alpha\|_{\Gamma_N}^2 \rightarrow \inf \quad (2)$$

на слабых решениях (1), где $\varphi_d \in L^2(\Omega)$ – заданная функция, μ – положительный параметр. Предполагается, что α изменяется в непустом замкнутом выпуклом множестве $K \subset L_+^2(\Gamma_N)$, функции f и χ фиксированы.

Получены достаточные условия устойчивости решения (φ, α) задачи (2) при изменении φ_d . При выполнении этих условий при неизменном φ_d решение задачи (1) единственно (подробнее см. [1]).

С использованием методики [2], получена асимптотика решения рассматриваемой задачи условной минимизации при больших значениях параметра μ .

Список литературы

- [1] Алексеев Г.В. Коэффициентные обратные экстремальные задачи для стационарных уравнений тепломассопереноса // Журн. вычисл. мат. и мат. физики. 2007. Т. 47. N 6. С. 1055–1076.
- [2] Илларионов А.А. Об асимптотике решений задачи оптимального управления для стационарных уравнений Навье-Стокса // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 2001. Т. 41. N 7. С. 1045–1056.