Международная конференция “Обратные и некорректные задачи математической физики”,
посвященная 75-летию академика М.М.Лаврентьева, 20-25 августа 2007 г., Новосибирск, Россия

О единственности восстановления сверточной части ядра интегрального вольтеррова оператора по спектру его одномерного возмущения

С.А. Бутерин

Саратовский госуниверситет,
Астраханская, 83,
410012 Саратов, Россия
E-mail: buterinsa@info.sgu.ru

Работа была поддержана грантом Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (проект МК-1701.2007.1) и грантом РФФИ (проект 07-01-00003).

Рассмотрим интегральный оператор $A = A(M, g, v)$ вида

$$Af = \int_0^x M(x,t)f(t)\,dt + g(x)\int_0^T f(t)v(t)\,dt, \quad 0 \le x \le T. \tag{1}$$

Пусть функция $M(x,t)$ имеет вид $M(x,t) = N(x,t) + P(x)R(x-t)$, где $N(x,t)$ абсолютно непрерывна при $0 \le t \le x \le T$, а $N_{xt}(x,t)$ суммируема с квадратом, $P(x) \in W_2^1[0,T]$, $R(x) \in W_2^2[0,T]$, $N(x,x) \equiv -i$, $N_x(x,t)|_{t=x} \equiv 0$, $R(0) = R'(0) = 0$, и

$$\int_x^T P(t)\,dt \ne 0$$

для всех $x \in [0,T)$. Пусть, далее, $g(x)$, $v(x) \in W_2^1[0,T]$, $g(0)v(T) \ne 0$.

Обратная задача 1. По характеристическим числам $\{\lambda_k\}$ оператора A найти функцию $R(x)$ в предположении, что функции $N(x,t)$, $P(x)$, $g(x)$, $v(x)$ известны априори.

Наряду с оператором A рассмотрим оператор $\tilde{A} = A(\tilde{M}, g, v)$ вида (1) с характеристическими числами $\{\tilde{\lambda}_k\}$, у которого $\tilde{M}(x,t) = N(x,t) + P(x)\tilde{R}(x-t)$, где $\tilde{R}(x) \in W_2^2[0,T]$, $\tilde{R}(0) = \tilde{R}'(0) = 0$.

Теорема 1. *Если* $\{\lambda_k\} = \{\tilde{\lambda}_k\}$, *то* $R(x) = \tilde{R}(x)$ *при всех* $x \in [0,T]$. *Таким образом, задание характеристических чисел* $\{\lambda_k\}$ *оператора* A *однозначно определяет функцию* $R(x)$ *в предположении, что функции* $N(x,t)$, $P(x)$, $g(x)$, $v(t)$ *известны априори.*

В [1] получены необходимые и достаточные условия разрешимости обратной задачи 1 для случая $N(x,t) \equiv -i$, $P(x) \equiv 1$.

Литература

[1] Бутерин С.А. *Обратная спектральная задача восстановления оператора свертки, возмущенного одномерным оператором* // Матем. заметки. 2006. Т. 80, вып. 5. С. 668–682.