

Прогноз-управление и прогноз-наблюдение. Обратные и нелокальные задачи

А.И. Прилепко

МГУ им. Ломоносова,
Воробьевы горы
Москва, Россия
E-mail: tkachenko@nksino.ru

Работа была поддержана РФФИ (грант 06-01-00401)

Пусть заданы числа $T, T_0 \in \mathbb{R}$, $0 < T \leq T_0 < +\infty$, операторы $A_0(t)$, $A_1(t)$, B , $G(t)$, $\Phi(t)$, C , вектор-функции $g(t)$, $t \in J$, где $J = (0, T_0)$, либо $J = (0, +\infty)$, и элементы u_0 , u_1 из множества $D \subset E$, E – банахово пространство.

1⁰ Обратная задача (или задача Прогноз-Управление). Найти пару: вектор-функцию $u(t)$ и соответствующий один из параметров p_0 , q_0 , $\rho_0 \in E$, удовлетворяющие условиям

$$A_0(t) \frac{du}{dt} = A_1 u(t) + B(u, u) + f \left(t, u, \frac{du}{dt}, p_0, q_0, \rho_0 \right), \quad t \in J \quad (1)$$

$$u(0) = u_0 \quad (2)$$

$$\int_0^T d\Phi(t) \cdot u(t) = u_1, \quad 0 \leq t < T \leq T_0. \quad (3)$$

где вектор-функция $f(t)$ имеет одно из представлений

$$f(t) \equiv G(t)p_0 + g(t), \quad f(t) \equiv q_0 G(t)u(t) + g(t),$$

$$f(t) \equiv \rho_0 G(t) \frac{du}{dt} + g(t).$$

2⁰ Нелокальная (по времени) прямая задача (или задача Прогноз-Наблюдение). Найти пару $z(t)$ и параметр $p_* \in E_*$ из условий (4)-(5)

$$\frac{dz}{dt} = A^* z(t) + *(), \quad 0 < t \leq T_0, \quad z(0) = p_* \in E_* \quad (4)$$

$$\int_0^T G(t)z(t)dt = g^*, \quad q^* \in E^*, \quad (5)$$

E^* – банахово пространство, сопряженное к E , а E_* – банахово пространство.

Найдены условия корректной разрешимости указанных задач. При некоторых ограничениях доказан принцип двойственности

Обратная линейная задача с источником специального вида $\Phi(t)p$, где $\Phi(t)$ – заданный оператор, корректна тогда и только тогда, когда корректна некоторая нелокальная по времени прямая задача.

Литература

Прилепко А. И. Метод полугрупп решения обратных, нелокальных и неклассических задач. Прогноз-управление и прогноз-наблюдение эволюционных уравнений I// Дифференциальные уравнения, 2005. Т. 41, с. 11, с. 1560 – 1571.