О ВОССТАНОВЛЕНИИ ПУЧКОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ НА ДЕРЕВЕ ПО СИСТЕМЕ СПЕКТРОВ[1]

Юрко В.А. (Саратовский госуниверситет им. Н.Г. Чернышевского)

yurkova@info.sgu.ru

Рассмотрим компактное связное дерево T в $\mathbf{R^m}$ с корнем v_0, множеством вершин $V = \{v_0, \dots, v_r\}$ и множеством ребер $E = \{e_1, \dots, e_r\}$. Предположим, что длина каждого ребра равна 1. Без ограничения общности считаем, что v_0 является граничной вершиной. Пусть $\Gamma := \{v_0, v_1, \dots, v_p\}$ – множество граничных вершин. Каждое ребро рассматривается как отрезок длины 1 и параметризуется параметром $x \in [0, 1]$. Интегрируемая функция Y на T может быть представлена как вектор $Y(x) = [y_j(x)]_{j=\overline{1,r}}$, и функция $y_j(x)$ определена на ребре e_j. Пусть $q(x) = [q_j(x)]_{j=\overline{1,r}}$ и $p(x) = [p_j(x)]_{j=\overline{1,r}}$ – комплекснозначные функции на T такие, что $q_j(x) \in L[0, 1]$, $p_j(x) \in AC[0, 1]$. Рассмотрим следующее дифференциальное уравнение на T:

$$y_j''(x) + (\rho^2 + i\rho p_j(x) + q_j(x))y_j(x) = 0, \quad x \in [0, 1], \tag{1}$$

где ρ – спектральный параметр, функции $y_j(x)$, $y_j'(x)$ абсолютно непрерывны на $[0, 1]$ и удовлетворяют так называемым стандартным условиям склейки в каждой внутренней вершине (непрерывность и условие Кирхгофа). Пусть $\Lambda_0 := \{\rho_{l0}\}_{l\in\mathbf{Z}}$ – собственные значения краевой задачи L_0 на T для уравнения (1) с краевыми условиями $Y_{|v_j} = 0,\ v_j \in \Gamma$, и пусть $\Lambda_k := \{\rho_{lk}\}_{l\in\mathbf{Z}}$, $k = \overline{1,p}$ – собственные значения краевых задач L_k на T для уравнения (1) с краевыми условиями $Y'_{|v_k} = 0,\ Y_{|v_j} = 0,\ v_j \in \Gamma,\ j \neq k$.

Теорема. *Задание системы спектров Λ_k, $k = \overline{0,p}$ однозначно определяет $q(x)$ и $p(x)$ на T.*

Метод доказательства является развитием метода спектральных отображений, изложенного в [1]-[2], и дает также конструктивную процедуру решения обратной задачи.

Литература

1. Yurko V.A. Method of Spectral Mappings in the Inverse Problem Theory. Inverse and Ill-posed Problems Series. VSP, Utrecht, 2002.

2. Юрко В.А. Введение в теорию обратных спектральных задач. - М.: Физматлит, 2007.

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 07-01-00003.