Международная конференция “Обратные и некорректные задачи математической физики”,
посвященная 75-летию академика М.М.Лаврентьева, 20-25 августа 2007 г., Новосибирск, Россия

О сходимости методов регуляризации в задачах идентификации входов линейных, квазилинейных и нелинейных систем

С.А. Аникин*

* ИММ УРО РАН,
ул. С.Ковалевской, 16,
620219 Екатеринбург, Россия
E-mail: asa@imm.uran.ru

Работа была поддержана РФФИ (грант 07-01-00341)

Пусть движение динамической системы на отрезке $[0,\vartheta]$ описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = f(t,x,u(t)), \quad x(0) = x^0, \tag{1}$$

где $x = x(t) \in R^n$ - состояние системы в момент времени $t \in [0,\vartheta]$; x^0 - начальное состояние системы; $u(t) \in R^m$ - входное воздействие на систему (управление, возмущение и т.д.) в момент времени t. *Входом* системы (1) будем называть пару: начальное состояние и входное воздействие, т.е. элемент $w = (x^0, u(\cdot))$ гильбертова пространства $W = R^n \times L_2^m$, где L_2^m — пространство m-мерных функций, интегрируемых по Лебегу с квадратом на отрезке $[0,\vartheta]$.

Предполагается, что система (1) доступна наблюдению и уравнение наблюдения имеет вид

$$y(t) = g(t,x(t),u(t)), \tag{2}$$

где $y(\cdot) \in L_2^p$ - *выход* системы.

Пусть $F : W \to L_2^p$ — (вообще говоря, нелинейный) оператор "вход-выход" системы (1), (2), т.е. оператор, который каждому входу $w = (x^0, u(\cdot)) \in W$ ставит в соответствие выход $y(\cdot) \in L_2^p$ по правилу (1), (2).

Обозначим через $y_*(\cdot)$ некоторый выход системы (идеально наблюдаемый сигнал), а через W_* непустое множество всех входов, совместимых с выходом $y_*(\cdot)$:

$$W_* = \{w \in W : \quad F(w) = y_*(\cdot)\}.$$

Рассматривается задача восстановления элементов из множества W_* по результатом измерения выхода [1,2]. При этом предполагается, что в канале наблюдения присутствуют помехи и результатом измерения выхода является функция $y_\delta(\cdot) \in L_2^p$ такая, что

$$\|y_\delta(\cdot) - y_*(\cdot)\|_{L_2^p} \leqslant \delta,$$

где δ - ошибка измерения.

В докладе будут рассмотрены

- линейные системы: $f(t,x,u) = A(t)x + B(t)u, \quad g(t,x,u) = C(t)x + D(t)u$;
- квазилинейные системы: $f(t,x,u) = A(t)x + B(t)u + \mu\tilde{f}(t,x,u), \quad g(t,x,u) = C(t)x + D(t)u + \mu\tilde{g}(t,x,u)$, где μ - малый положительный параметр;
- нелинейные системы.

Для каждого из случаев получены достаточные условия сходимости и оценки погрешности метода регуляризации А.Н.Тихонова [3] и метода невязки [4].

Литература

1. *Гусев М.И., Куржанский А.Б.* Обратные задачи динамики управляемых систем // Механика и научно-технический прогресс. Т.1. Общая и прикладная механики. М.: Наука, 1987. С. 187-195

2. *Аникин С.А.* Об оценке погрешности метода регуляризации А.Н.Тихонова в задачах восстановления входов динамических систем // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1997. № 9. С. 1056-1067.

3. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.

4. *Морозов В.А.* Регулярные методы решения некорректно поставленных задач. М.: Наука, 1987.