

## Статистическая модель поляризационных методов управления системами квантовой информации

В.П. Голубятников\*, Г.И. Смирнов\*\*, Н.Г. Шевченко\*\*\*

\* ИМ СО РАН,  
пр. Ак. Коптюга, 4,  
630090 Новосибирск, Россия  
E-mail: glbtn@math.nsc.ru

\*\* ИАиЭ СО РАН,  
пр. Ак. Коптюга, 1,  
630090 Новосибирск, Россия  
E-mail: smirnov.g.i@iae.nsk.su

\*\*\* СГУ  
Энергетиков, 14,  
628314 Сургут, Россия  
E-mail: sng@surgu.ru

*Работа была поддержана Программой государственной поддержки ведущих научных школ (гранты НШ-1716.2003.1 и НШ-8526.2006.1), работа второго и третьего автора была поддержана СО РАН (проект "Математические методы в нелинейной динамике")*

В данной работе представлена статистическая модель поляризационных характеристик квазимонохроматического излучения в нелинейной анизотропной среде оптоволоконного коммуникационного канала связи, применяемого в системах квантовой информации и криптографии [1-3]. Для описания поведения излучения использовано уравнение для фотонной функции распределения в представлении когерентных состояний (представление Глаубера-Сударшана [4]). Дан детальный анализ зависимости стохастических процессов в квантовых информационных и криптографических системах от режимов поляризации излучения, параметров анизотропии и нелинейности оптоволокна. При этом наибольший интерес представляют результаты моделирования новых поляризационно-статистических методов коррекции сигналов в системах квантовой информации и криптографии на базе управления квантовыми амплитудными и фазовыми флуктуациями фотонов.

Показано, что учет стохастических факторов создает более точное представление о поляризационных свойствах сигналов при передаче и обработке квантовой информации, способствует повышению информативности оптических каналов связи. Актуальность проделанных исследований обусловлена открывающимися возможностями их использования при создании перспективных информационных технологий на основе систем квантовой информации и криптографии и теории условно-корректных задач.

В основе работы квантовых информационных и криптографических систем лежит наблюдение квантовых состояний фотонов. Отправитель задает эти состояния, а получатель их регистрирует. Здесь используется квантовый принцип неопределенности, когда две квантовые величины не могут быть измерены одновременно с требуемой точностью [3]. Так поляризации фотонов могут быть ортогональными линейными и циркулярными. При измерении одного вида поляризации другая составляющая оказывается неопределенной. Таким образом, если отправитель и получатель не договорились между собой, какой вид поляризации брать за основу, получатель может разрушить посланный отправителем сигнал, не получив никакой полезной информации.

Отправитель кодирует отправляемые данные, задавая определенные квантовые состояния, получатель регистрирует эти состояния. Получатель и отправитель совместно обсуждают результаты наблюдений. В конечном итоге со сколь угодно высокой достоверностью можно быть уверенным, что переданная и принятая кодовые последовательности тождественны. Обсуждение результатов касается ошибок, внесенных шумами или умышленно, и ни в малейшей мере не раскрывает содержимого переданного сообщения. В качестве источника света может использоваться светодиод или лазер, излучающие в виде коротких импульсов с модулируемой поляризацией. Реализация протокола измерений поляризации фотонов по двоичной схеме осложняется присутствием шума, который может вызвать ошибки.

Весьма важным для статистики фотонов в задачах квантовой информатики и криптографии является изучение флуктуаций излучения в оптических линиях связи, разработка путей управления квантовыми амплитудными и фазовыми флуктуациями, а также способов коррекции ошибок при передаче и обработке информации. Аналогичные процессы исследовались ранее для лазерных [5] и радиолокационных систем [6], для генных сетей в биоинформатике [7].

Рассмотрим систему квантовой информации на основе оптоволоконного коммуникационного канала с обратной связью по типу интерферометра; эту систему можно использовать в целях квантовой криптографии с протоколом кодировки поляризационных состояний фотонов. Согласно Глауберу и Сударшану поведение квазимонохроматического излучения удобно описывать посредством фотонной матрицы плотности в представлении когерентных состояний, в котором бозевский оператор уничтожения фотонов диагонален [4]:

$$a_{sq} |z_{sq}\rangle = z_{sq} |z_{sq}\rangle. \quad (1)$$

Операторы рождения и уничтожения фотонов  $a_{sq}^+$ ,  $a_{sq}$  подчиняются коммутационному соотношению

$$[a_{sq}, a_{s'q'}^+] = \delta_{qq'} \delta_{ss'}. \quad (2)$$

Индекс  $s$  указывает направления распространения встречных волн с амплитудами, пропорциональными величинам  $z_{sq}$ ;  $q$  – индекс круговой поляризации ( $s, q = \pm 1$ ). Хотя в этом представлении собственные вектора не ортогональны

$$\langle z_{sq} | z'_{sq} \rangle^2 = \exp(-|z_{sq} - z'_{sq}|^2), \quad (3)$$

их набор является полным и этого достаточно для получения однозначного разложения произвольного состояния системы фотонов по когерентным состояниям.

Часть гамильтониана, содержащая градиенты  $\partial/\partial z_{sq}$ , описывает процессы излучения и поглощения [4,5]. Ее учет приводит к появлению диффузии фотонов в  $z_{sq}$ -пространстве, что избавляет от необходимости вводить в дальнейшем какие-либо шумовые источники или делать предположения о корреляционных свойствах шумов.

Используя процедуры, аналогичные проделанным в работах [4,5], можно получить уравнение для фотонной матрицы плотности  $P$  с нормировкой

$$\int P(z_{sq}) \prod_{sq} d^2 z_{sq} = 1 \quad (4)$$

при малых энергиях излучения, когда в поляризации среды удерживается только первая нелинейная по амплитудам световых волн поправка:

$$\frac{2}{\sigma} \frac{\partial P}{\partial t} + \sum_{s,q} \left( \frac{\partial J_{sq} P}{\partial z_{sq}} + \text{к.с.} \right) = 0, \quad (5)$$

где к.с. обозначает выражение, комплексно сопряженное предыдущему слагаемому.

Ток вероятности  $J_{sq}$  без оператора градиента  $\partial/\partial z_{sq}^*$  совпадает с классическим током. Уравнение (5) решено для одинаковых значений параметра генерации  $\xi$  для противоположных круговых компонент поля;  $\sigma$  – эффективная проводимость активного оптоволоконного элемента; параметр  $\alpha$  характеризует анизотропию активного элемента ( $0 < \alpha \leq 1$ ),  $\beta$  – параметр насыщения,  $A$  – коэффициент нелинейной связи противоположных круговых компонент поля; коэффициенты  $\Omega_0$ ,  $B_{sq}$ ,  $\tilde{B}_{sq}$  характеризуют аксиальную анизотропию среды. Такого рода анизотропия создается, в частности, сильным электромагнитным излучением, внешним продольным магнитным полем или определяется технологией изготовления оптоволоконна.

Существование режима линейной поляризации связано с наличием анизотропии активной среды. С приближением к границе неустойчивости этого режима флуктуации полной энергии растут по той причине, что за ней начинается область устойчивости режима расщепленных по частотам круговых компонент с другой энергией. Флуктуации полной энергии не могут, очевидно, превышать разность энергий в этих двух режимах  $\Delta n \sim \xi/\beta$ . Так как, с другой стороны, при  $\alpha \ll \xi$  полная энергия оценивается как  $\bar{n} \sim \xi/\beta$ , то отсюда получаем оценку для верхней границы флуктуаций  $(\Delta n)^2/\bar{n}_0^2 \sim \alpha^2/\xi^2$ . Верхнюю границу величины флуктуаций можно также определить с помощью условия резкого максимума, из которого прямо следует:  $(\Delta n)^2/\bar{n}_0^2 \ll \alpha^2/\xi^2$ .

Если параметры  $\alpha$  и  $\xi$  принимают значения  $\xi \simeq 10^{-1}$ ,  $\alpha \simeq 10^{-2}$ , то условие резкого максимума позволяет приблизиться к границам устойчивости с точностью  $10^{-3}$  рад. Вообще же при таких значениях параметров  $\alpha$  и  $\xi$  и относительные флуктуации полного числа фотонов меняются в пределах  $10^{-5} \ll (\Delta n)^2/\bar{n}_0^2 \ll 10^{-2}$ , а коэффициент деполаризации – в пределах  $10^{-15} \ll d \ll 10^{-12}$ .

Таким образом, установленные в настоящем докладе поляризационно-статистические свойства информационных сигналов позволяют моделировать новые методы управления квантовыми амплитудными и фазовыми флуктуациями фотонов, а также коррекции ошибок при передаче и обработке информации с учетом ее кодировки.

## Литература

1. Килин С.Я. Квантовая информация // УФН. 1999. Т.169. N 5. С.507-526.
2. Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность, М.-Ижевск, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001.
3. Холево А.С. Введение в квантовую теорию информации, М.: МЦНМО, 2002.
4. Глаубер Р. Сб. Квантовая оптика и радиофизика, М: Мир, 1966, С.93-279.
5. Желнов Б.Л., Смирнов Г.И. // Статистические свойства излучения газового лазера в продольном магнитном поле, ЖЭТФ, Т.61. N 11, С.1801-1807, 1971.
6. Анциферов В.В., Смирнов Г.И., Устюгов Ю.А., Чесноков Ю.С. Принципы высокоинформативной локализации. Новосибирск: СГУПС, 1997. 135с.
7. Golubyatnikov V.P., Likhoshvai V.A., Matushkin Yu.G., Fadeev S.I., Ratushnyi A.V., Kolchanov N.A. Mathematical and Computer Modeling of Genetic Networks. Proc. 6-th International Conference "Human and Computers", University of Aizu, Japan, 2003. P.200-205.
8. Poppe A., Fedrizzi A., Lorunser T. Practical quantum key with polarization entangled photons, <http://arxiv.org/quant-ph/0404115>.