

**Физико-математическая модель для интерпретации данных двухволнового  
радиолокационного зондирования облачности и осадков**

**Ю. Б. Павлюков**

ЦАО Росгидромета,  
ул. Первомайская, 3,  
141700 Долгопрудный МО, Россия  
E-mail: [yupav@orm.mipt.ru](mailto:yupav@orm.mipt.ru)

1. Рассматривается задача интерпретации данных радиолокационного зондирования облачной атмосферы и осадков.

В настоящее время зона обзора метеорологических радиолокаторов почти полностью покрывает территорию развитых стран мира, что позволяет проводить непрерывные наблюдения атмосферной облачности в интересах службы погоды, транспорта и других отраслей. Одной из основных задач радиолокационного мониторинга является измерение атмосферных осадков.

Принято считать, что, основным фактором, ограничивающим точность радиолокационного метода (РМ) измерения атмосферных осадков, является невозможность в классическом одноволновом варианте РМ, учета естественных вариаций микроструктуры осадков. Для преодоления этой проблемы необходим переход к многопараметрическим методам зондирования, в частности: поляризационным и двухволновым.

В [1] был предложен *метод двухволновой калибровки* (МДК) радиолокационных измерений осадков, ориентированный на возможности отечественного двухволнового радиолокатора МРЛ-5, обеспечивающего измерение отражаемости  $Z$  на двух длинах волн: ослабляемой в осадках  $\lambda_1=3$  см и неослабляемой  $\lambda_2=10$  см.

Предложенный метод применяется для интерпретации данных радиолокационного зондирования двухволнового комплекса АКСОПРИ (Москва).

В представленном докладе рассматривается математическая постановка МДК.

2. Построена физико-математическая модель двухволнового радиолокационного зондирования облачной атмосферы. В основу модели положено одномерное уравнение радиолокации распределенной цели [2] с учетом ослабления микроволнового излучения в осадках. Для замыкания модели использована «диаграмма параметров дождя» [2], что позволило впервые получить самосогласованную по микроструктуре осадков модель двухволновых радиолокационных измерений. Особенностью данной постановки является выделение эффекта ослабления в виде зависимости от единственного параметра - коэффициента  $A_C$  в  $Z$ - $R$  соотношении в приближении двухпараметрической функции распределения частиц осадков по размерам (DSD).

В МДК учет вариаций микроструктуры осадков сводится к идентификации параметра  $A_C$  по измерениям профилей отражаемости на двух длинах волн и его дальнейшего использования в расчетах интенсивности осадков по  $Z$ - $R$  соотношению. Оценка параметра  $A_C$  проводится методом наименьших квадратов [3]. Анализ устойчивости выявил сильную зависимость величины коэффициента  $A_C$  от случайных флуктуаций радиальных профилей  $Z$  и  $Z^{Att}$ , которыми моделируются шумы радиофизических измерений.

Для исследования рабочих характеристик алгоритма МДК (величины смещения и дисперсии оценки, минимально-необходимая длина выборки) использовался метод статистических испытаний (Монте-Карло) в гауссовом приближении статистики шумового сигнала.

В представленном докладе рассматривается схема вычислительных экспериментов и представлены результаты исследования рабочих характеристик алгоритма МДК.

3. Радиолокационное зондирование представляет собой азимутальное сканирование верхней полусферы на нескольких углах места  $\varphi$  и получение в результате измерений распределения радиолокационной отражаемости  $Z(r, \alpha, \varphi)$  в виде набора конических сечений. Здесь  $r$  – радиальная координата,  $\alpha$  – азимут.

Согласно уравнению радиолокации множественной цели [2] радиальное распределение отражаемости на ослабляемой ( $Z^{Att}$ ) и неослабляемой ( $Z$ ) длинах волн на удалении  $r$  от радиолокатора связаны между собой соотношением

$$Z^{Att}(r) = Z(r) \cdot \exp \left[ -2 \int_{r_0}^r k \, ds \right], \quad (1)$$

где  $k$  – удельный коэффициент ослабления микроволнового излучения в осадках,  $r_0$  – координата переднего фронта облачности.

Такие характеристики осадков как радиолокационная отражаемость  $Z$  (мм<sup>6</sup>/м<sup>3</sup>), интенсивность  $R$  (мм/час), коэффициент ослабления микроволнового излучения в осадках  $K$  (дБ/км) являются моментами различного порядка функции распределения частиц осадков по размерам  $N(D)$ :

$$Z_e = \int_0^\infty D^6 N(D) dD, \quad R = \int_0^\infty D^3 N(D) \omega_t(D) dD, \quad K = \int_0^\infty N(D) \sigma_t(D) dD, \quad (2)$$

Здесь  $\omega_t$  – установившаяся скорость падения капель,  $\sigma_t$  – сечение ослабления в осадках,  $D$  – диаметр капель.

Связь между параметрами  $R$ ,  $Z$  и  $K$  ищется в виде степенных зависимостей

$$Z = A \cdot R^b, \quad K = \alpha \cdot R^\gamma, \quad (3)$$

коэффициенты  $\{A, b, \alpha, \gamma\}$  которых не являются независимыми, а связаны между собой через функцию распределения  $N(D)$ , описывающую микроструктуру осадков в импульсном радиолокационном объеме.

Для замыкания системы уравнений (1-3) нами использовалась «диаграмма параметров дождя» (ДПД), в основе которой лежит принцип достаточности измерений любых двух характеристик для полного описания *двухпараметрического* DSD, коэффициенты которой были рассчитаны для нескольких длин волн  $\lambda$  и температур капель  $t$  [2]. После некоторых преобразований система уравнений (1-3) приводится к виду

$$Z^{Att}(r) = Z(r) - \Theta(A) \int_r^R \exp(\varphi \cdot Z(s)) ds, \quad (4)$$

где  $\varphi$  и  $\Theta$  выражаются через коэффициенты соотношений (3) и параметры ДПД.

Если рассматривать (4) как уравнение для определения  $Z$  по  $Z^{Att}$ , то аналитическое решение этого нелинейного интегрального уравнения с экспоненциальным ядром было получено Хичфельдером и Борданом [4]. Ими же было показано, что сформулированная таким образом “задача коррекции эффекта ослабления в осадках” является некорректной: отсутствует равномерно непрерывная зависимость решения от исходных данных, а именно – от величины абсолютной погрешности калибровки  $Z^{Att}$ . Проще говоря: коррекция возможна, во-первых, при отсутствии систематической погрешности в данных  $Z^{Att}$ , и, во-вторых, при известных коэффициентах в соотношениях (3). Поскольку эти требования на практике никогда не выполняются, описанный подход имеет чисто теоретическое значение.

Для исключения проблем с устойчивостью нами было предложено в МДК рассматривать (4) как уравнение для оценки параметра  $A$  в  $Z$ - $R$  соотношении (3), используя двухволновые измерения  $Z$  и  $Z^{Att}$  на радиолокационном комплексе АКСОПРИ в качестве входной информации.

Оценка значения параметра  $A_c$  (калибровка) проводится методом наименьших квадратов, минимизацией функционала невязки между расчетным и измеренным радиальными профилями отражаемости на ослабляемой в осадках длине волны

$$S = \int_{r_0}^{r_1} \left( Z_{Calc}^{Att}(s, A_c, Z_{Obs}) - Z_{Obs}^{Att}(s) \right)^2 ds, \quad (5)$$

Расчет радиального профиля  $Z^{Att}(r)$  проводится с использованием измеренного профиля на неослабляемой длине волны  $Z(r)$  по уравнению (4).

Достоинством МДК является возможность калибровки на произвольном интервале радиального профиля. В этом случае предполагается наличие в данных  $Z^{Att}(r)$  неизвестной систематической погрешности, и накладывается дополнительное граничное условие  $Z^{Att}(r_0) = Z(r_0)$ . Полученная оценка параметра  $A_c$  в этом случае будет средневзвешенной на интервале  $[r_0, r_1]$ .

Решение вариационной задачи относительно коэффициента  $A_c$  имеет следующий вид:

$$A_c(r_0, r_1) = 2\varepsilon_1 \left\{ \frac{(r_1 - r_0) \int_{r_0}^{r_1} f^2(s) ds + \left( \int_{r_0}^{r_1} f(s) ds \right)^2}{(r_1 - r_0) \int_{r_0}^{r_1} [Z(s) - Z^{Att}(s)] f(s) ds + \int_{r_0}^{r_1} [Z(s) - Z^{Att}(s)] ds \times \int_{r_0}^{r_1} f(s) ds} \right\}^{b_c/\varepsilon_3}, \quad f(s) = \int_{r_0}^s \exp[\xi \cdot Z(t)] dt, \quad (6)$$

где коэффициенты  $\varepsilon_i$ ,  $\xi$ ,  $b_c$  выражаются через известные коэффициенты (3) и ДПД.

4. Валидация алгоритма МДК проводилась на комбинации прямой и обратной моделей двухволнового радиолокационного зондирования [5]. Общая схема вычислительных экспериментов выглядела следующим образом. Вначале задавались исходный радиальный профиль  $Z(r)$  и значение коэффициента  $A_0$ . Затем по уравнению (4) рассчитывался профиль отражаемости на ослабляемой длине волны  $Z^{Att}(r)$ . Наличие шумов в измерениях  $Z$  на обоих каналах моделировалось методом Монте-Карло в виде аддитивной добавки

гауссова шума  $\Delta(r)$  с нулевым средним и заданной дисперсией  $\sigma^2$ . Измеряемые профили  $Z$  задавались в виде

$$Z_{\lambda_1}^{Obs}(r) = Z_{\lambda_1}(r) + \Delta_{\lambda_1}(r) + d_{\lambda_1}, \quad Z_{\lambda_2}^{Obs}(r) = Z_{\lambda_2}(r) + \Delta_{\lambda_2}(r), \quad (7)$$

Причем, в измерения отражаемости на ослабляемой длине волны в дополнение к случайной включена систематическая погрешность  $d$ , отвечающая накопленному ослаблению на участке до передней границы калибровочного интервала  $[r_0, r_1]$ . Случайное распределение флуктуаций на профиле отражаемости  $\Delta(r)$  моделировалось с помощью генератора псевдослучайных чисел.

Задача заключалась в оценке калибровочного коэффициента  $A_C$  по уравнению (6) и его сравнении с исходным значением  $A_0$ .

5. На рис.1 показаны результаты четырех расчетов коэффициента  $A_C$  с различным уровнем шумов во входных данных: 0.5, 1.0, 1.5 и 2.0 дБ. Исходный профиль отражаемости задавался в виде  $\sin$ -волны, исходное значение коэффициента  $A_0 = 200$  – соответствовало классическому значению Маршалла-Пальмера [2]. Каждая точка на графике представляет собой результат расчета коэффициента  $A_C$  по уравнению (6) со случайной реализацией шумовой компоненты измеряемого сигнала. По оси ординат отложены значения коэффициента  $A$  (левая ось), по оси абсцисс – длина выборки калибровочных значений. Синей сплошной линией показано выборочное среднее значение  $\langle A_C \rangle$  по выборке длиной, соответствующей абсциссе. Заштрихованные серым и голубым цветами области соответствуют 95%-му доверительному интервалу по  $\langle A_C \rangle$ , рассчитанные: (1) в предположении о нормальном распределении оценок  $(A_C)_i$ , (2) по непараметрическому критерию Чебышева [3]. Красной сплошной линией показана величина выборочной среднеквадратической погрешности измерения  $A_C$  (правая ось ординат).

В дополнение на вкладке к каждому графику приведены частотные гистограммы оценок коэффициента  $A_C$ , позволяющие наглядно оценить рассеяние калибровочных значений.

В отсутствие шумов ( $\sigma=0$ ) расчет по уравнению (6) дает точное исходное значение  $A_C=A_0$ . При увеличении амплитуды шума растет рассеяние калибровочных значений  $A_C$ . Для получения устойчивой оценки требуется осреднение нескольких калибровочных значений  $A_C$ , полученных в независимых измерениях, для чего в МДК используются расчеты по нескольким смежным азимутальным направлениям.

Выборочное среднее  $\langle A_C \rangle$  имеет смещение относительно исходного значения  $A_0$ , причем, величина смещения зависит от амплитуды шума  $\sigma$ . Для уменьшения эффекта смещения применялись специальные процедуры фильтрации входных данных  $(Z, Z^{Att})$  и осреднения калибровочных значений  $(A_C)_i$ .

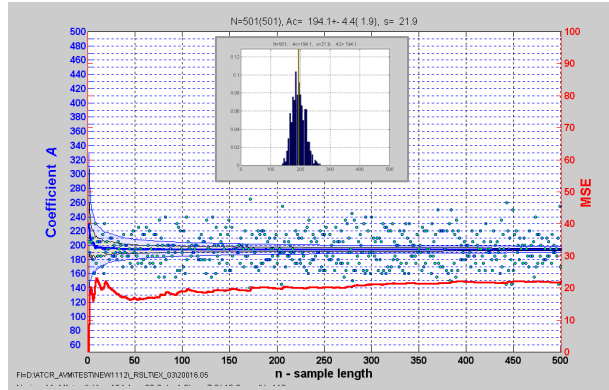
В результате вычислительных экспериментов было установлено, что точность калибровки  $|A_0 - A_C|$  зависит от нескольких факторов: величины накопленного ослабления на интервале  $PIA \equiv (Z - Z^{Att})|_{r1} - (Z - Z^{Att})|_{r0}$ , амплитуды шума  $\sigma$ , длины выборки осреднения.

В докладе будут представлены результаты исследования характеристик алгоритма МДК, полученные методом статистических испытаний Монте-Карло, а также показаны результаты применения метода МДК для интерпретации данных реальных двухволновых измерений радиолокационного комплекса АКСОПРИ, установленного в Москве.

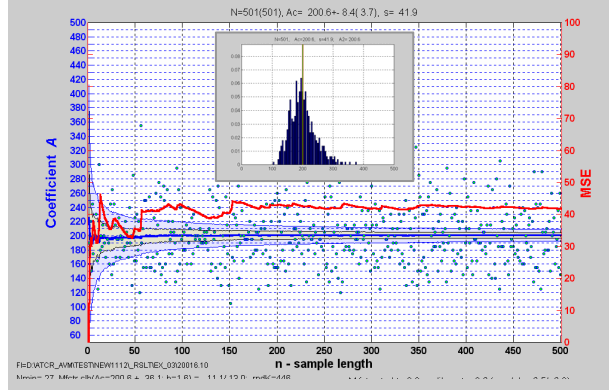
## Литература

1. Melnichuk Yu., Yu.Pavlyukov: Operational adjustment of Z-R relation coefficients for radar rainfall accuracy improvement by dual-wave attenuation measurements. *Prepr. 30th AMS Conference on Radar Meteorology*, American Meteorol. Soc., Munich, Germany, 2001.
2. Довиак Р., Д. Зрнич: Доплеровские радиолокаторы и метеорологические наблюдения, Л., Гидрометеоиздат, 1988.
3. Бард. Й.: Нелинейное оценивание параметров, М., Статистика, 1979.
4. Hitschfeld, W., J.Bordan: Error inherent in the radar measurement of rainfall at attenuating wavelength, *J.Meteorol.*, **11**, P.58-67, 1954.
5. Pavlyukov, Yu.: Application experience of attenuation-tuned Z-R relation in radar rainfall measurements. *Prepr.31st AMS Conference on Radar Meteorology*, American Meteorol.Soc., Seattle, USA, 2003.

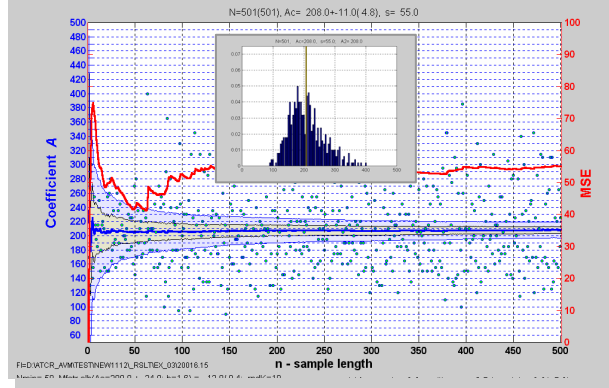
$\sigma = 0.5$  дБ



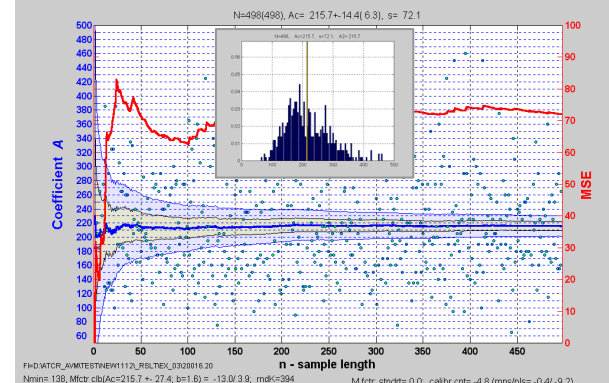
$\sigma = 1.0$  дБ



$\sigma = 1.5$  дБ



$\sigma = 2.0$  дБ



**Рис. 1.** Рассеяние калибровочных значений  $A_C$ , обусловленное случайными флуктуациями профилей  $Z^{Att}(r)$  и  $Z(r)$  при различных амплитудах шума  $\sigma = 0.5, 1, 1.5$  и  $2$  дБ. Исходные значения коэффициента  $A_0 = 200$ . Модельный шум имеет гауссов спектр с нулевым средним и заданной дисперсией  $\sigma^2$ .

По оси ординат – значения коэффициента  $A_C$ , по оси абсцисс – длина выборки. Синим цветом показан профиль выборочного среднего, красным – выборочной дисперсии (левая шкала и выборочной дисперсии – правая шкала).

На вкладке к каждому графику приведена частотная гистограмма оценок коэффициента  $A_C$ .