

Численное решение коэффициентной обратной задачи для стационарной модели массопереноса

Д.А. Терешко*

* ИПМ ДВО РАН
ул. Радио, 7,
690041 Владивосток, Россия
E-mail: ter@iam.dvo.ru

*Исследование было поддержано грантом Президента Российской Федерации НШ-9004.2006.1,
грантом РФФИ-Дальний Восток, проект №06-01-96020-р_восток_a, и грантами ДВО РАН
(проекты: 06-I-П22-086, 06-II-СО-03-010, 06-III-A-01-011)*

В данной работе рассматриваются теоретические и вычислительные аспекты задачи восстановления коэффициентов, входящих в дифференциальное уравнение и граничное условие, по известному полю концентрации примеси в области течения или некоторой ее подобласти.

Процесс переноса вещества в ограниченной плоской области Ω с границей Γ описывается следующей краевой задачей:

$$-\lambda \Delta C + \mathbf{u} \cdot \nabla C + kC = f \text{ в } \Omega, \quad C = g \text{ на } \Gamma_D, \quad \frac{\partial C}{\partial n} + \alpha C = \chi \text{ на } \Gamma_N.$$

Здесь C – концентрация примеси, $\lambda = \text{const} > 0$ – коэффициент диффузии, \mathbf{u} – заданный вектор скорости, $k \geq 0$ – величина, характеризующая скорость протекания химической реакции, f, g, α и χ – некоторые функции. Открытые участки границы Γ_D и Γ_N удовлетворяют условиям $\Gamma = \bar{\Gamma}_D \cup \bar{\Gamma}_N$, $\Gamma_D \cap \Gamma_N = \emptyset$.

Исследуется обратная задача определения функции $k(\mathbf{x})$ в области Ω и функции $\alpha(\mathbf{x})$ на части Γ_N границы Γ по дополнительной информации о решении в некоторой подобласти Q области Ω . Вследствие некорректности данная задача сводится к регуляризованной задаче минимизации некоторого функционала качества на решениях исходной краевой задачи (более подробно см. в [1]). Для нее доказывается теорема существования решения, обосновывается применение принципа неопределенных множителей Лагранжа, выводится система оптимальности, а также устанавливаются условия единственности и устойчивости решения.

Алгоритм численного решения рассматриваемой экстремальной задачи существенно использует полученную при теоретическом исследовании систему оптимальности. Он основан на дискретизации прямой и сопряженной задачи методом конечных элементов (см. [2]). При проведении численных экспериментов детально исследуется влияние значений параметра регуляризации, итерационного параметра, а также величины и места расположения подобласти наблюдения концентрации C на точность восстановления коэффициентов.

Список литературы

- [1] Алексеев Г.В. Коэффициентные обратные экстремальные задачи для стационарных уравнений тепломассопереноса // Журн. вычисл. мат. и мат. физики. 2007. Т. 47. N 6. С. 1055–1076.
- [2] Алексеев Г.В., Прокопенко С.В., Соболева О.В., Терешко Д.А. Задачи оптимального управления для некоторых моделей распространения загрязнений // Вычисл. технол. 2003. Т. 8. Спец. вып. Часть 4. С. 65–71.