ЧИСЛО ПОДГРУПП КОНЕЧНОГО ИНДЕКСА В ГРУППАХ БАУМСЛАГА–СОЛИТЕРА[1]

Ф. А. Дудкин
Новосибирский государственный университет

Группы Баумслага–Солитера $BS(p,q)$ задаются двумя порождающими элементами a, t и одним определяющим соотношением $t^{-1}a^pt = a^q$, где параметры p,q – ненулевые целые числа.

В случае, когда параметры p и q взаимно просты, Гелман [1] нашел точную формулу числа подгрупп индекса n в группе $BS(p,q)$.

В данной работе формула Гелмана обобщена для произвольных параметров dp и dq, где p,q – взаимно просты, а d – натуральное число. Обозначим через $b_1, b_2, \dots, b_{\tau(b)}$ – все натуральные делители числа b, а через $\pi(r)$ – множество простых делителей числа r. При фиксированных натуральных числах $k_1, k_2, \dots, k_{\tau(b)}$ обозначим через $\overrightarrow{v}$ вектор, в котором числа b_i присутствуют k_i раз для всех i.

Теорема. Число подгрупп индекса n в группе $BS(dp,dq)$ равно

$$\sum_{\substack{n=srl\\ l\perp pq, d=rb\\ \pi(r)\subseteq\pi(l), l\perp b}} \sum_{\substack{(k_1,k_2,\dots,k_{\tau(b)})\\ k_1b_1+\dots+k_{\tau(b)}b_{\tau(b)}=s}} \left(\frac{1}{lr}\right)^{\sum k_i} \cdot \frac{n\ l^{rs}\ T\left(r\overrightarrow{v}\right)}{k_1!\dots k_{\tau(b)}!\ b_1^{k_1}\dots b_{\tau(b)}^{k_{\tau(b)}}}.$$

Здесь $T\left(\overrightarrow{v}\right)$ — число подстановок y из S_n, для которых подгруппа $\langle x,y\rangle$ группы S_n транзитивна (x – фиксированная подстановка, последовательность длин независимых циклов которой совпадает с вектором $\overrightarrow{v}$). В работе указана рекурсивная формула подсчета $T\left(\overrightarrow{v}\right)$ для произвольного вектора $\overrightarrow{v}$.

---

1. E. Gelman, Subgroup growth of Baumslag-Solitar groups, J. Group Theory, 8, N 6(2005), 801-806.

Научный руководитель — канд. физ.-мат. наук, проф. В.А. Чуркин

---

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП Рособразования "Развитие научного потенциала высшей школы"(проект 2.1.1.419), Совета по грантам Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-3669.2010.1) и поддержана грантом РФФИ № 10-0-00391.