Мальцевские чтения
Новосибирск (2000)
Тезисы докладов

О $(2 \times 2, 2)$-порождаемости группы $\mathrm{PSL}_n(Z)$

Я. Н. Нужин

Основным результатом сообщения является

Теорема 1. *Пусть $n \geqslant 2$. Проективная специальная линейная группа $\mathrm{PSL}_n(Z)$ над кольцом целых чисел Z порождается тремя инволюциями, две из которых перестановочны, тогда и только тогда, когда $n \geqslant 5$.*

Группы, порожденные тремя инволюциями, две из которых перестановочны, будем называть $(2 \times 2, 2)$-порожденными, причем не исключаются случаи, когда какие-то две или даже все три инволюции совпадают. Ясно, что если какая-то группа допускает нетривиальный гомоморфный образ, который не является $(2 \times 2, 2)$-порожденной группой, то она также не будет $(2 \times 2, 2)$-порождена. Поэтому в силу гомоморфизма $\mathrm{PSL}_n(Z)$ на $\mathrm{PSL}_n(Z_n)$ утверждение теоремы для $n = 2, 3, 4$ вытекает из того, что группы $\mathrm{PSL}_2(7)$, $\mathrm{PSL}_3(2)$, $\mathrm{PSL}_4(2)$ не являются $(2 \times 2, 2)$-порожденными [**1**]. Для $n \geqslant 5$ порождающие тройки инволюций (две из которых перестановочны) группы $\mathrm{PSL}_n(Z)$ выписываются явно, причем, если $n \neq 2(2k + 1)$, то порождающие тройки инволюций берутся из $\mathrm{SL}_n(Z)$. Таким образом, при $n \neq 2(2k+1)$ получаем более сильное утверждение:

Теорема 2. *Группа $\mathrm{SL}_n(Z)$ является $(2 \times 2, 2)$-порожденной.*

Ранее М. Ш. Тамбурини и П. Цукка [**2**] доказали $(2 \times 2, 2)$-порождаемость группы $\mathrm{SL}_n(Z)$ при $n \geqslant 14$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант no. 99-01-01256.

25 октября 2000

Литература

[1] Я. Н. Нужин, *Порождающие тройки инволюций групп Шевалле над конечным полем характеристики* 2, Алгебра и логика **29** (1990), no. 2, 192–206.
[2] M. C. Tamburini and P. Zucca, *Generation of certain matrix groups by three involutions, two of which commute*, J. Algebra **195** (1997), 650–661.

Красноярский государственный технический университет
E-mail: nuzhin@fipu.kgtu.runnet.ru