Финитная аппроксимируемость относительно сопряженности нисходящих HNN-расширений конечно порожденных абелевых групп

О. Е. Сенкевич

Элемент a группы G называют *сопряженно финитно отделимым*, если для любого элемента b группы G, не сопряженного с элементом a, найдется такой гомоморфизм группы G на некоторую конечную группу X, что элементы $a\varphi$ и $b\varphi$ не сопряжены в группе X. Группа G называется *финитно аппроксимируемой относительно сопряженности*, если каждый ее элемент является сопряженно финитно отделимым.

В работе [**2**] показано, что свободное произведение с объединенными подгруппами двух конечных групп и HNN-расширение конечной группы являются группами, финитно аппроксимируемыми относительно сопряженности. Как и в случае финитной аппроксимируемости, эти результаты позволили получить ряд утверждений о финитной аппроксимируемости относительно сопряженности для свободных конструкций, применяемых к бесконечным группам.

HNN-расширение называется *нисходящим*, если одна из связанных подгрупп совпадает с базовой группой. В работе [**1**], доказано, что произвольная группа вида $\langle a, t;\ t^{-1}at = a^k\rangle$ (т. е. нисходящее HNN-расширение бесконечной циклической группы) финитно аппроксимируема относительно сопряженности.

Наиболее общий результат, полученный здесь, формулируется следующим образом.

Теорема 1. *Пусть G — конечно порожденная абелева группа, K — ее подгруппа и $\varphi : G \to K$ — изоморфизм. Пусть $G^* = \langle G, t|\ t^{-1}Gt = K,\ \varphi\rangle$ — нисходящее HNN-расширение группы G. Тогда любой элемент группы G^*, не сопряженный ни с одним* *элементом базовой группы G, сопряженно финитно отделим в G^*.*

Некоторые частичные результаты, полученные в работе, позволили доказать следующее утверждение, являющееся обобщением вышеупомянутого результата из [**1**].

Теорема 2. *Пусть G — свободная абелева группа конечного ранга и пусть для некоторого целого числа m, φ — такой изоморфизм группы G на ее подгруппу $K = G^{|m|}$, что для любого элемента $a \in G$, $a\varphi = a^m$. Тогда соответствующее нисходящее HNN-расширение $G^* = \langle G, t |\ t^{-1}Gt = K,\ \varphi\rangle$ группы G является группой, финитно аппроксимируемой относительно сопряженности.*

Литература

[1] Д. И. Молдаванский, Л. В. Кравченко и Е. Н. Фролова, Финитная аппроксимируемость относительно сопряженности некоторых групп с одним определяющим соотношением, *Алгоритмические проблемы теории групп и полугрупп* (*межвуз. сб. научн. тр.*), Изд. Тульского гос. пед. ин-та им. Л. Н. Толстого, Тула, 1986, с. 81–92.

[2] J. L. Dyer, Separating conjugates in amalgamated free products and HNN extensions, *Austral. Math. Soc.* **29** (1980), 35–51.

Ивановский государственный университет
E-mail address: olegs@i1.ru