Мальцевские чтения
Новосибирск (2004)
тезисы докладов

Абелевы группы без кручения как эндоморфные модули над своим кольцом эндоморфизмов

Д. С. Чистяков

Аннотация

Пусть G - абелева группа и E=E(G) кольцо эндоморфизмов группы G. Тогда G является левым модулем над кольцом E: для $\varphi \in E, g \in G$ положим $\varphi \cdot g = \varphi(g)$.

Множество $M_E(G) = \{ f : G \to G \mid \varphi \in E, g \in G \}$ является почтикольцом относительно операций сложения отображений и композиции. Для данного множества выполняются все аксиомы кольца, за исключением закона левой дистрибутивности.

Ключевые слова: абелева группа, эндоморфный модуль, кольцо эндоморфизмов, почтикольцо.

1 Introduction

Рассмотрим следующую задачу.

Для каких абелевых групп G, рассматриваемых, как модули над своим кольцом эндоморфизмов, почтикольцо $M_E(G)$ сопадает с $E_E(G)$ - кольцом эндоморфизмов E-модуля G.

2 Main result

Определение 1. E-модуль G называется эндоморфным, если $M_E(G) = E_E(G)$.

Теорема 1. Пусть G - абелева группа без кручения, r(G)=1 и E - кольцо эндоморфизмов группы G. Тогда G является эндоморфным E-модулем.

Лемма. Пусть G - абелева группа, имеющая нетривиальное прямое разложение, E - кольцо эндоморфизмов группы G. Если $x, y \in G$ принадлежат различным прямым слагаемым группы G, то

$$f(x+y) = f(x) + f(y), f \in M_E(G).$$

Теорема 3. Пусть G - вполне разложимая абелева группа без кручения и E - кольцоэндоморфизмов группы G. Тогда E-модуль G эндоморфен.

Теорема 4. Существуют не эндоморфные модули среди неразложимых групп без кручения ранга 2.

References

[1] Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т.1.– М.: Мир, 1974.

[2] Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т.2.– М.: Мир, 1977.

[3] C.J. Maxson and A.P.J. van der Walt, Centralizer near-rings over free ring modules, J. Austral. Math. Soc (Series A) 50 (1991).

[4] P. Fuchs, C.J. Maxson, and G.Pilz, On rings for which homogeneous maps are linear,Proc. Amer. Math. Soc., 112, num 1, 1991.

Нижегородский государственный педагогический университет,
e-mail: *cas@nnspu.ru, smorkalova@nnspu.ru*

8 октября 2004