Мальцевские чтения
Новосибирск (2004)
тезисы докладов

Групповой анализ некоторых интегралов типа Меллина-Бернса и типа Вебера-Сонина для одного обобщения функции Бесселя (ОФБ)

Хриптун М.Д.

В докладе применяется метод теории представлений групп G треугольных матриц третьего порядка:

$$g(r,s,\tau)=\begin{pmatrix} e^{i\tau} & 0 & r \\ 0 & e^{-i(m-1)\tau} & s \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, g\in G \tag{1}$$

с действительными параметрами r, s, τ.

Представления этой группы $Q(g)=MT(g)M^{-1}$, где M является преобразованием Меллина функции

$$T(g)f(z)=\exp(-rz-sz^{-(m-1)})f(e^{i\tau}z),$$

$f(z)$ - финитная бесконечнодифференцируемая функция, равная нулю в некоторой окрестности точки $z=0$.

Из того, что $Q(g)$ есть представление группы G и $Q(g)$ - интегральный оператор, для некоторых значений r, s, τ, ядро оператора можно выразить через одно ОФБ вида

$$U_k(z,m)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z/m)^{k+mn}}{n!\Gamma[(m-1)n+k+1]}\ , \tag{2}$$

где $k=-(m-1)p$, p - комплексный параметр, z - комплексная переменная, $m=2,3,\ldots,\Gamma(t)$ - гамма функция. При $m=2$ из (2) получаем функцию Бесселя мнимого аргумента.

На основании этой связи выведены новые интегральные представления типа Меллина-Бернса и типа Вебера-Сонина для функции (2).

Заметим, что для всех целых k, функции (2) широко используются в некоторых сложных задачах теории массового обслуживания (см., например, [1,2,3]).

Литература

[1] Luchak G. Operations Research, vol. 4, 711-732, 1956.

[2] Luchak G. Operations Research, vol. 5, 205-209, 1957.

[3] Luchak G. Journal of the Royal Statisticsal Society, Ser.B, vol. 20, 176-181, 1958.

Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН,
e-mail: *Khriptun@math.nsc.ru*

3 ноября 2004