Мальцевские чтения
Новосибирск (2005)
Тезисы докладов

Явный базис допустимых правил вывода табличной логики

О. В. Лукина и В. В. Римацкий

Пусть λ – табличная модальная логика глубины 2, расширяющая логику Grz, и пусть $\mathcal{F}$ — корневой конечный λ-фрейм.

Говорим, что фрейм M есть *ко-накрытийный* λ*-последователь для* $\mathcal{F}$ [обозначение $Co_\lambda(\mathcal{F})$], если он получен из $\mathcal{F}$ следующим образом. Пусть $F_0 := \mathcal{F}$ и первый слой фрейма $\mathcal{F}$ содержит хотя бы один вырожденный (одноэлементный) сгусток. На каждом шаге построения $i \geqslant 0$ фрейма F_{i+1} для любой антицепи $\mathcal{A}_j \subseteq \mathcal{F}_i$, не имеющей ко-накрытия в F_i, добавляем к F_i (единственный) элемент e_j как λ-ко-накрытие для $\mathcal{A}_j$. В силу табличности логики λ через конечное число шагов процесс построения оборвется.

Ясно, что данную процедуру построения можно применять к произвольному λ-фрейму, получая при этом фрейм, который также будем называть *ко-накрытийным последователем* данного фрейма. Пусть $\mathcal{G}$ — произвольный λ-фрейм, $y \in \mathcal{G}$. *Локальной компонентой элемента* y называется открытый подфрейм $K(y) := \mathcal{G} \cap Co_\lambda(y^R)$.

Для построения последовательности правил вывода определим формулы $f(i)$ следующим образом. Пусть $c \in C_m(\lambda)$ произвольный R-минимальный элемент. Каждому элементу (сгустку) $i \in Co_\lambda(c^R)$ сопоставим пропозициональную переменную p_i и индукцией по глубине определим формулу $f(i)$ следующим образом:

(1) $\forall i \in S_1(Co_\lambda(c^R)) \quad f(i) := p_i \wedge \Box p_i$;

(2) Пусть для любого $j \in Co_\lambda(c^R)$ глубины не более k формула $f(j)$ уже определена, и элемент $i \in Co_\lambda(c^R)$ глубины $k+1$ является ко-накрытием некоторой антицепи $\mathcal{A}_i$. Тогда

$$f(i) := p_i \wedge \Diamond p_i \wedge \bigwedge\{\Diamond f(p_j) | iRj \wedge \neg jRi\} \wedge \bigwedge\{\neg\Diamond f(p_j) | \neg iRj \wedge$$
$$j \in Co_\lambda(c^R) \text{ глубины не более } k\} \;\wedge \bigwedge_{i \neq j} \neg\Box p_j \wedge \phi(\mathcal{A}_i);$$

где

$$\phi(\mathcal{A}_i) := q(\mathcal{A}_i) \wedge \Diamond q(\mathcal{A}_i),$$
$$q(\mathcal{A}_i) := \bigwedge_{x \in \mathcal{A}_i} \Diamond f(x) \wedge \bigwedge_{x \notin \mathcal{A}_i} \neg\Diamond f(x) \wedge \bigvee_{x \in S_{\leq k}(Co_\lambda(c^R))} \neg f(x).$$

Для произвольного R-минимального $c \in C_m(\lambda)$ определим правило вывода

$$R(c, \mathcal{X}) := \frac{[(\bigvee_{i \in [Co_\lambda(c^R) \setminus \{a,\ c\}]} f(i))] \vee \Diamond f(c)}{\neg f(c)},$$

где a ($a \neq c$) — ко-накрытие некоторой нетривиальной антицепи $\mathcal{X} \subseteq c^R$; или, если $a = c$,

$$R(c, \mathcal{X}) := \frac{[(\bigvee_{i \in [Co_\lambda(c^R) \setminus \{c\}]} f(i))] \vee \Diamond f(c)}{\neg f(c)}.$$

Теорема. *Множество правил вывода $\mathcal{R} = \{R(c, \mathcal{X})\}$ по всем R-минимальным $c \in C_m(\lambda)$ и нетривиальным антицепям $\mathcal{X} \subseteq Co_\lambda(c^R)$ является конечным базисом допустимых правил вывода логики табличной λ.*

Красноярская государственная архитектурно-строительная академия
E-mail: `Gemmeny@rambler.ru`