Мальцевские чтения
Новосибирск (2005)
Тезисы докладов

Группы Цассенхауза с бесконечной силовской 2-подгруппой

К. А. Филиппов

Для периодических групп насыщенных конечными Z-группами, доказана

Теорема. *Периодическая группа насыщенная конечными простыми Z-группами изоморфна $L_2(P)$ или $Sz(Q)$ для подходящих локально конечных полей P, Q.*

Доказательство Пусть G контпример к теореме. Имеет место следующая

Лемма 1. 1. *Все инволюции из G сопряжены*
2. *В G найдутся такие конечные подгруппы K_1 и K_2, что $K_1 \simeq L_2(p^n)$ и $K_2 \simeq Sz(q)$.*
3. *S локально конечная группа и для любого $y \in S$ $|g| \leq 4$*
4. *Все инволюции из S лежат в $Z(S)$*
5. *S содержит элемент порядка 4 и для любого $h \in G$ со свойством $h^2 \in S$ следует, что $h \in S$*
6. *Пусть S_1 другая силовская 2-подгруппа из G и $S \cap S_1 \neq 1$. Тогда $S = S_1$*
7. *Все силовские 2-подгруппы G сопряжены*
8. *Пусть $K \subset G$ и $K \simeq L_2(p^n)$ тогда $p = 2$ и $n > 2$.*

Доказательство Получаются дословным повторением доказательства соответствующих лемм из [**1**]. □

Лемма 2. *$B = N_G(S)$ — сильно вложенная подгруппы группы G.*

Доказательство Действительно, пусть для некоторого $x \in G \setminus B$ $1 \neq a \in B \cap B^x$. Предположим, что $a^2 = 1$ тогда $a \in (S \cap S^x) = S$ и $x \in N_G(S) = B$ (лемма 1). Противоречие с выбором x. Лемма доказана. □

Лемма 3. *$C_G(x)$ — 2-группа для любой инволюции $x \in S$.*

Доказательство Предположим обратное и пусть b элемент нечетного порядка и $b \in C_G(x)$. По условию насыщенности конечная группа $\langle b, x \rangle = L \subset K \subset G$ и $K \simeq L_2(2^n)$ или $K \simeq Sz(K_\alpha)$, где K_α — подходящие локально конечное поле характеристики 2. Но ни в первом ни во втором случае $C_K(x)$ не содержит элементов нечетного порядка. Противоречие. Лемма доказана. □

Итак группа G удовлетворяет всем требованиям сформулированным в [**2**] и следовательно она изоморфна $L_2(Q)$ либо $L_2(P)$, где Q и P подходящее локально конечные поля характеристики 2. Противоречие с выбором G. Теорема доказана. □

30 октября 2005

Список литературы

[1] *Рубашкин А.Г., Филиппов К.А.* О группах Шункова, насыщенных конечными простыми Z-группами // Матем. сист.– Красноярск: КрасГАУ.– 2004.– №3.– С. 103–116.
[2] *Созутов А.И., Шлёпкин А.К.* О некоторых группах с конечной инволюцией, насыщенных конечными простыми подгруппами // Матем. заметки.– 2002.– Т. 72, №3.– С. 433–447.

Красноярский государственный аграрный университет
E-mail: filippov_kostya@mail.ru