Мальцевские чтения
Новосибирск (2005)
Тезисы докладов

О структуре универсальной мультипликативной обертывающей алгебры правосимметричных алгебр

Д. Х. Козыбаев

Пусть F — произвольное поле. Напомним, что алгебра A над полем F называется правосимметричной [**3**], если для любых $x, y, z \in A$ выполняется тождество

$$(x, y, z) = (x, z, y) \tag{1}$$

Через $U(A)$ будем обозначать универсальную мультипликативную обертывающую алгебру (см. [**1**]) алгебры A. Напомним, что $U(A)$ является ассоциативной алгеброй с 1, порожденной операторами левого умножения l_x и правого умножения r_x, где $x \in A$. Из (1) непосредственно вытекают определяющие соотношения алгебры $U(A)$:

$$r_x r_y - r_y r_x = r_{[x,y]}, \tag{2}$$

$$l_x r_y - r_y l_x + l_y l_x = l_{xy}, \tag{3}$$

где $x, y \in A$.

Пусть A — правосимметричная алгебра с линейным базисом $x_1, \ldots, x_k, \ldots$. Известно [**2**], что слова вида

$$r_{x_{j_1}} r_{x_{j_2}} \ldots r_{x_{j_t}} l_{x_{i_1}} l_{x_{i_2}} \ldots l_{x_{i_s}},$$

где $j_1 \leqslant j_2 \leqslant \ldots \leqslant j_t$, $s, t \geqslant 0$, образуют базис алгебры $U(A)$.

Через $RU(A)$ будем обозначать правую универсальную мультипликативную обертывающую алгебру алгебры A, т. е. подалгебру алгебры $U(A)$, порожденную универсальными операторами r_x, где $x \in A$. Аналогично определяется левая универсальная мультипликативная обертывающая алгебра $LU(A)$.

Предложение 1. *Пусть A — правосимметричная алгебра с линейным базисом $x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots$. Тогда справедлива следующие утверждения.*

(1) *Слова вида*

$$r_{x_{j_1}} r_{x_{j_2}} \ldots r_{x_{j_t}},$$

где $j_1 \leqslant j_2 \leqslant \ldots \leqslant j_t, t \geqslant 0$, составляют базис алгебры $RU(A)$.

(2) *Алгебра $RU(A)$ является ассоциативной алгеброй с порождающими r_{x_i}, где $i \geqslant 1$, и определяющими сотношениями* (2).

(3) *Алгебра $LU(A)$ является свободной ассоциативной алгеброй со свободным множеством порождающих*

$$l_{x_{i_1}}, l_{x_{i_2}}, \ldots, l_{x_{i_s}}, \ldots.$$

Теорема 1. *Пусть* $A = F\langle X\rangle$ — *свободная правосимметричная алгебра со свободным множеством порождающих* X. *Тогда*

$$U(A) \simeq RU(A) * Ass\langle X\rangle,$$

причем при этом изоморфизме имеет место соответствие $r_x \longrightarrow r_x, l_x \longrightarrow x$, *где* $x \in X$.

Известно [**5**], что строение структуры подалгебр алгебры A зависит от структуры алгебры $U(A)$. Найдено нетривиальное соотношение в универсальной мультипликативной обертывающей алгебре однопорожденной свободной правосимметричной алгебры. В силу результатов [**5**], отсюда непросредственно получаем

Следствие 1. *Многообразие правосимметричных алгебр не является шрайеровым.*

Следствие 2. *Свободная однопорожденная правосимметричная алгебра имеет несвободную подалгебру.*

Список литературы

[1] N.Jacobcon, *Structure and represertations of Jordan algebras*. Amer. Math. Soc. Colloq. Publ. Providence, R.I., **39**,1968.

[2] Д.Х.Козыбаев, У.У.Умирбаев, *Вложение Магнуса для правосимметричных алгебр*. Сиб. матем. ж., **45**, N 3 (2004), 592–599.

[3] D.Segal, *Free Left-Symmetric algebras and an Analogue of the Poincre-Birkhoff-Witt Theorem*. Jornal of Algebra, **164**, (1994), 750–772.

[4] O.J.Schreier, *Die Untergruppen der freien Gruppen*. Abh. Math., Sem. Univ. Hamburg, 5 (1927), 161–183.

[5] У.У.Умирбаев, *О шрейеровых многообразиях алгебр*. Алгебра и логика, **33**, N 3 (1994), 317–340.

Астана, Казахстан
E-mail: kozybayev@rambler.ru