

## Определяемость абелевых групп без кручения некоторого класса их кольцами эндоморфизмов

Е. А. Благовещенская

Рассматривается класс  $\mathcal{C}^0$  блочно-жестких локально почти вполне разложимых групп с обобщенно циклическими регуляторными факторами не более чем счетного ранга.

**Определение 1.** Пусть  $T$  — счетное множество идемпотентных попарно несравнимых типов. Абелева группа без кручения  $X$  принадлежит классу  $\mathcal{C}^0$ , если она содержит некоторую вполне разложимую подгруппу  $R(X)$ , для канонического разложения которой на однородные компоненты,  $R(X) = \bigoplus_{\tau \in T_{cr}(R(X))} A_\tau$ , выполнены следующие условия:

1.  $T_{cr}(R(X)) \subseteq T$ ;
2.  $A_\tau$  — сервантная подгруппа конечного ранга в  $X$  для любого  $\tau \in T_{cr}(R(X))$ ;
3.  $X/R(X) = \bigoplus_{p \in P_X} T_p^X$  для некоторого множества простых чисел  $P_X$  и  $p$ -примарных циклических групп  $T_p^X$ , для которых  $\exp(T_p^X) = p^{n_p(X)}$ ;
4. для каждого  $p \in P_X$  множество  $\{q \in P_X : [T_p^X] \cap [T_q^X] \neq \emptyset\}$  — конечно; здесь  $[T_p^X]$  совпадает с наименьшим из множеств  $\mathfrak{T}_p \subset T_{cr}(R(X))$ , для которых  $T_p^X \subseteq ((\bigoplus_{\tau \in \mathfrak{T}_p} A_\tau)_*^X + R(X))/R(X)$ .

□

Здесь и далее  $V_*^X = \{g \in X : \text{существует } n \in \mathbb{N}, \text{ для которого } ng \in V\}$  обозначает сервантную оболочку группы  $V$  в  $X$ , и  $(W)_p$  является  $p$ -примарной компонентой периодической группы  $W$ . Для абелевых групп без кручения произвольного ранга введем

**Определение 2.** Пусть  $X$  и  $Y$  — абелевы группы без кручения. Тогда  $X$  и  $Y$  называются **почти изоморфными**,  $X \cong_{nr} Y$ , если для любого простого  $p$  существуют мономорфизмы  $\Phi_p : X \rightarrow Y$  и  $\Psi_p : Y \rightarrow X$ , такие что

1. группы  $Y/X\Phi_p$  и  $X/Y\Psi_p$  являются периодическими;
2.  $(Y/X\Phi_p)_p = 0 = (X/Y\Psi_p)_p$ ;
3. для любых сервантных подгрупп конечного ранга  $X' \subseteq X$  и  $Y' \subseteq Y$  фактор-группы  $(X'\Phi_p)_*^Y/X'\Phi_p$  и  $(Y'\Psi_p)_*^X/Y'\Psi_p$  являются конечными.

□

Заметим, что данная эквивалентность сохраняет свойства прямых разложений для достаточно широкого класса *локально почти вполне разложимых групп*, включающего класс  $\mathcal{C}^0$ , в том смысле, что  $Y \cong_{nr} X = \bigoplus_{i \in \mathcal{I}} X_i$  влечет существование разложения  $Y = \bigoplus_{i \in \mathcal{I}} Y_i$  со свойством  $X_i \cong_{nr} Y_i$ ,  $i \in \mathcal{I}$ , см. [1, Теорема 3.4].

Если группы  $X, Y \in \mathcal{C}^0$  имеют конечный ранг, то они принадлежат хорошо изученному классу почти вполне разложимых групп с циклическими регуляторными факторами, и для них введенное выше понятие почти изоморфизма совпадает с традиционным почти изоморфизмом групп конечного ранга, см. [2, Определение 9.1.1]. Обобщая результаты работы [3], получаем следующую теорему об определяемости рассматриваемых групп конечного или счетного ранга их кольцами эндоморфизмов с точностью до почти изоморфизма.

**Теорема.** Пусть  $X, Y \in \mathcal{C}^0$ . Тогда группы  $X$  и  $Y$  почти изоморфны, если и только если их кольца эндоморфизмов изоморфны,  $\text{End}(X) \cong \text{End}(Y)$ . □

### Список литературы

- [1] *Е. Благовещенская*. Прямые разложения локально почти вполне разложимых групп счетного ранга, *Чебышевский сборник*, 2005. Т. 6. Вып. 4.
- [2] *A. Mader*. Almost completely decomposable abelian groups, Gordon and Breach, *Algebra, Logic and Applications*, Vol. 13, Amsterdam, 2000.
- [3] *Е. Blagoveshchenskaya, G. Ivanov, P. Schultz*. The Baer-Kaplansky theorem for almost completely decomposable groups, *Contemporary Mathematics* 273, pp. 85 - 93, 2001.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
*E-mail*: [kate@robotek.ru](mailto:kate@robotek.ru), [kblag2002@yahoo.com](mailto:kblag2002@yahoo.com)