Мальцевские чтения
Новосибирск (2006)
Тезисы докладов

Групповая интерпретация некоторых производящих функций для обобщенных функций Бесселя (ОФБ)

М. Д. Хриптун

В докладе рассматривается вывод функций для одного ОФБ, удовлетворяющего обыкновенному дифференциальному уравнению 3-го порядка вида:

$$(\delta+\frac{\nu+1}{2})(\delta+\frac{\nu+2}{2})(\delta-\nu)v(x)=\frac{x^3}{4}v(x), \tag{1}$$

где $\nu=-2p,\ \delta=x\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$, $p,x\in\mathbb{C}$, с помощью представления группы G, состоящей из матриц

$$g(r,s,\theta)=\begin{pmatrix} e^{i\theta} & 0 & r\\ 0 & e^{-2i\theta} & s\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad g\in G;\quad r,s,\theta\in\mathbb{C}.$$

Для этой цели используем метод Вайснера, т.е. с помощью замены параметра ν на дифференциальный оператор $y\frac{\partial}{\partial y}$. Тогда уравнение (1) превращается дифференциальное уравнение третьего порядка в частных производных по x и y.

Ищем решение этого уравнения с помощью производящих функций вида

$$U(x,y)=\sum_{k=0}^{\infty}u_k(x)y^k,$$

где $u_k(x)$ есть решение уравнения (1).

Доказано, что уравнение в частных производных является инвариантным по отношению к групе G, и эта группа используется для системного определения производящих функций для ОФБ.

Теория производящих функций развивается во многих направлениях и находит применение в различных областях науки и техники. ОФБ применяются в сложных задачах теории массового обслуживания, теории чисел, теории оболочек и других.