

Тождества в алгебрах и их числовые инварианты

М. В. Зайцев

В докладе будут рассматриваться алгебры над полем F нулевой характеристики и их тождества. Каждой алгебре A над F можно сопоставить последовательность неотрицательных целых чисел $c_n(A)$, называемых коразмерностями тождеств или просто коразмерностями алгебры A . Асимптотическое поведение последовательности $c_n(A)$ является важной количественной характеристикой идеала тождеств алгебры A и дает важную информацию как о тождествах, так и о самой алгебре. Например, если A — конечномерная ассоциативная или лиева алгебра, $\dim A = d$, то $c_n(A)$ ведет себя асимптотически как k^n , где k — целое число, не превосходящее d . Более того, если F алгебраически замкнуто, то $k = d$ тогда и только тогда, когда A проста. Нетрудно заметить, что $c_n(A) = n!$, если A — свободная ассоциативная алгебра, $c_n(A) = (n-1)!$, если A — свободная алгебра Ли и $c_n(A) = p(n)n!$, если A — абсолютно свободная алгебра, где $p(n)$ — n -е число Каталана, т. е. число различных расстановок скобок на неассоциативном слове длины n . Для произвольной алгебры точный подсчет коразмерностей — чрезвычайно сложная задача, поэтому в большинстве работ по данной тематике изучается асимптотика последовательности $c_n(A)$.

В докладе будет дан обзор состояния дел в указанной области, упомянуты последние результаты и наиболее интересные нерешенные проблемы.

Московский государственный университет
E-mail: zaicev@mech.math.msu.su