

## О приложении модулярных представлений к проблеме распознаваемости групп по спектру

А. В. Заварницин

*Спектром* конечной группы  $G$  называется множество порядков её элементов. Группа  $G$  *распознаваема (по спектру)*, если для любой конечной группы  $H$  равенство  $\omega(H) = \omega(G)$  влечёт изоморфизм  $H \cong G$ . Распознаваемых групп много [1]. Очевидно, что всякая распознаваемая группа  $G$  должна быть, в частности, *распознаваема среди своих накрытий*, т. е. для  $G$  выполнено следующее условие

$$\omega(H) \neq \omega(G) \quad \text{для любого собственного накрытия } H \text{ группы } G, \quad (*)$$

где под собственным накрытием мы понимаем группу  $H$  со свойством  $H/N \cong G$  для некоторой нетривиальной нормальной подгруппы  $N \triangleleft H$ . Хотя свойство  $(*)$  слабее распознаваемости (например, знакопеременная группа  $A_6$  удовлетворяет  $(*)$ , но не распознаваема), его проверка для некоторых групп часто бывает очень трудоёмкой [2]. Рассмотрение распознаваемости среди накрытий можно свести к случаю, когда  $H$  — расщепляемое расширение элементарной абелевой  $p$ -группы  $N$  с помощью  $G$ . Таким образом естественно возникают  $p$ -модулярные представления группы  $G$ , свойства которых тесно связаны со строением спектра накрытия  $H$ .

В данном сообщении будет сделан обзор некоторых методов, используемых при изучении распознаваемости среди накрытий, и на примерах будет продемонстрировано, как эти методы применяются.

**ТЕОРЕМА 1.** Пусть группа  $L \cong L_3^\varepsilon(q)$ , где  $q = p^m$  и  $\varepsilon \in \{+, -\}$ , действует на векторном пространстве  $V$  над полем характеристики  $p$ . Тогда для естественного полупрямого произведения  $VL$  выполнено  $p(q - \varepsilon 1) \in \omega(VL)$ .

**СЛЕДСТВИЕ 1.** Решена проблема распознаваемости для всех групп  $L_3^\varepsilon(q)$ .

Следующий результат получен совместно с В. Д. Мазуровым.

**ТЕОРЕМА 2.** Пусть группа  $L \cong L_n^\varepsilon(p^m)$ , где  $\varepsilon \in \{+, -\}$  и  $17 \leq p \leq n \neq p + 1$ , действует на векторном пространстве  $V$  над полем характеристики  $p$ . Тогда  $\omega(VL) \neq \omega(L)$ .

**СЛЕДСТВИЕ 2.** Простые группы  $L_n(2)$ , где  $n \geq 3$ , распознаваемы по спектру.

Отметим, что заключение теоремы 2 выполнено и при условии  $p < 17$  за исключением некоторых групп  $L$  малой размерности.

- [1] *Мазуров В. Д.* Группы с заданным спектром // Известия Уральского государственного университета. Математика и механика. 2005, Т. **36**, 7. С. 119–138.
- [2] *Заварницин А. В., Мазуров В. Д.* О порядках элементов в накрытиях симметрических и знакопеременных групп // Алгебра и логика. 1999, Т. **38**, 3. С. 296–315.

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА СО РАН  
E-mail: [zav@math.nsc.ru](mailto:zav@math.nsc.ru)