

О классификация некоторых классов конечных локальных колец

Е. В. Журавлев

Одной из актуальных проблем современной алгебры является задача описания и классификации конечных колец малых порядков (см. [1, 2]). В работах [2, 3] указано строение конечных локальных колец характеристики p , радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре, и найдены необходимые и достаточные условия существования изоморфизма между двумя такими кольцами. В настоящей работе автор продолжает исследования по классификации конечных локальных колец.

Пусть R – конечное локальное кольцо с единицей, $J(R)$ – радикал Джекобсона и $R/J(R) = GF(p^r) = F$, $J(R)^4 = 0$, $J(R)^3 \neq 0$.

Теорема 1. *Количество взаимно неизоморфных конечных локальных колец характеристики p с условиями:*

$$R/J(R) = GF(p^r), \quad J(R)^4 = 0, \quad J(R)^3 \neq 0,$$

$$\dim_F J(R)/J(R)^2 = s, \quad \dim_F J(R)/ann(J(R)^2) = 1, \quad \dim_F J(R)/ann(J(R)) = 2$$

равно $r \cdot C_{r+s-2}^{s-1}$.

Такие кольца с точностью до изоморфизма определяются совместными матрицами

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

и автоморфизмами $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s, \theta_1 = \sigma_1^2, \tau_1 = \sigma_1^3 \in Aut(F)$ (см. [2, 3]).

Теорема 2. *Количество взаимно неизоморфных конечных локальных колец характеристики p с условиями:*

$$R/J(R) = GF(p^r), \quad J(R)^4 = 0, \quad J(R)^3 \neq 0,$$

$$\dim_F J(R)/J(R)^2 = s, \quad \dim_F J(R)^2/J(R)^3 = s^2, \quad \dim_F J(R)/ann(J(R)) = s^3$$

равно C_{r+s-1}^s .

Список литературы

1. Corbas B., Williams G.D. Rings of order p^5 . Nonlocal rings // Journal of Algebra. 2000. V. 231.
2. Журавлев Е.В. Локальные кольца порядка p^6 с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона // Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]. - 2006. Том 3. - С. 15-59. - Режим доступа: <http://semr.math.nsc.ru/itemmy2>
3. Журавлев Е.В. Конечные локальные кольца порядка p^6 и характеристики p , радикал Джекобсона которых имеет индекс nilпотентности четыре // Известия Алтайского государственного университета. - 2006. 1 (49). - С. 17-32.

АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

E-mail: evzhuravlev@mail.ru