

## О полупропорциональных неприводимых характерах знакопеременных групп

В. А. Белоногов

В докладе обсуждаются следующие, равносильные согласно теореме 2 из [1], гипотезы.

**Гипотеза 1.** *Знакопеременная группа  $A_n$  при любом  $n \in \mathbb{N}$  не имеет полупропорциональных неприводимых характеров.*

**Гипотеза 2.** *Если  $\chi^\alpha$  и  $\chi^\beta$  — неприводимые характеры группы  $S_n$  ( $\alpha, \beta \in P(n)$ ), полупропорциональные на  $A_n$ , то одно из разбиений  $\alpha$  и  $\beta$  самоассоциировано.*

Напомним, что функции  $\varphi$  и  $\psi$  из некоторого множества  $G$  в поле  $\mathbb{C}$  называются *полупропорциональными*, если они не пропорциональны и для некоторого подмножества  $M$  из  $G$  пропорциональны ограничения  $\varphi$  и  $\psi$  на  $M$  и их ограничения на  $G \setminus M$ , и называются *полупропорциональными на  $S$* , где  $S \subseteq G$ , если полупропорциональны их ограничения на  $S$ .

Для доказательства гипотезы 2 индукцией по  $n$ , оказывается необходимым для всех  $n$  описать также и все пары  $(\alpha, \beta)$  такие, что неприводимые характеры  $\chi^\alpha$  и  $\chi^\beta$  группы  $S_n$  полупропорциональны на разности  $S_n \setminus A_n$ .

Экспериментальный материал позволяет предположить, что справедливы следующие гипотезы.

**Гипотеза 3.** *Если  $\chi^\alpha$  и  $\chi^\beta$  — неприводимые характеры группы  $S_n$  ( $\alpha, \beta \in P(n)$ ), полупропорциональные на  $A_n$ , то*

- (а) *диаграммы  $[\alpha]$  и  $[\beta]$  имеют точно по одному крюку длины 3, и*
- (б) *после удаления из них этих крюков остаётся одна и та же самоассоциированная диаграмма, не имеющая крюков длины 3.*

**Гипотеза 4.** *Если  $\chi^\alpha$  и  $\chi^\beta$  — неприводимые характеры группы  $S_n$  ( $\alpha, \beta \in P(n)$ ), полупропорциональные на  $S_n \setminus A_n$ , то*

- (а) *диаграммы  $[\alpha]$  и  $[\beta]$  имеют точно по одному крюку длины 4, и*
- (б) *после удаления из них этих крюков остаётся одна и та же самоассоциированная диаграмма, не имеющая крюков длины 4.*

Интересно отметить своеобразную похожесть заключений этих гипотез.

Обе гипотезы имеют серьёзные подтверждения. Как следует из [2, теорема Б] и [3, теорема 1] каждая из них верна всякий раз, когда длина главной диагонали хотя бы одного из разбиений  $\alpha$  и  $\beta$  меньше трёх. В докладе сообщается о некоторых продвижениях в доказательстве этих гипотез.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белоногов В. А., О неприводимых характерах групп  $S_n$  и  $A_n$ , Сиб. матем. ж. 2004, **45**, №5. С. 977—994.
2. Белоногов В. А., О некоторых парах неприводимых характерах групп  $S_n$  и  $A_n$ , Труды ИММ матем., 2007. Т. 13, №1. С. 10—43.
3. Белоногов В. А., О некоторых парах неприводимых характерах групп  $S_n$ , Труды ИММ матем., 2007. Т. 13, №2. С. 3—23.

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УРО РАН, ЕКАТЕРИНБУРГ  
*E-mail*: `belonogov@imm.uran.ru`