Мальцевские чтения
Новосибирск (2007)
Тезисы докладов

Бесконечномерные группы и алгебры Ли: приложения в механике сплошных сред

А. П. Чупахин

Теоретико-групповые методы являются мощным и универсальным инструментом исследования математических моделей механики сплошной среды [**1**]. Они позволяют эффективно находить широкие классы точных решений систем дифференциальных уравнений, описывающих эти модели и обладающие нетривиальными физическими свойствами. Свойство модели допускать группу Галилея в качестве группы симметрии является, фактически, одним из постулатов ньютонианской механики.

Наряду с конечномерными группами и алгебрами Ли в механике сплошной среды (МСС) встречаются и бесконечномерные. Так уравнения, описывающие движения несжимаемой жидкости как идеальной, так и вязкой, допускают алгебры Ли, базисы которых порождаются операторами, зависящими от произвольных функций времени. Основы классификации бесконечномерных групп и алгебр Ли были заложены трудами Э. Картана [**2**]. Вместе с тем в МСС возникают интересные бесконечномерные алгебры Ли, требующие дальнейшего изучения.

При исследовании частично инвариантных регулярных решений уравнений динамики идеального газа возникает следующая алгебраическая конструкция [**3**]. Имеется векторное поле $\vec{u} = \vec{u}(\vec{x}, t)$, $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}$, зависящее от n переменных $\vec{x}$ и параметра t. Оно отвечает полю скоростей сжимаемой жидкости со специальными термодинамическими свойствами. В силу уравнений динамики идеального газа это поле обладает специальными свойствами. Алгебраические инварианты и собственные значения матрицы Якоби $J = \partial\vec{u}/\partial\vec{x}$ являются функциями лишь параметра t и не зависят от координат $\vec{x}$. Дифференциальные уравнения, описывающие такие поля, могут быть проинтегрированы в виды системы неявных уравнений для векторного поля $\vec{u}$. Решения определены с функциональным произволом. Таким образом, для матриц J постоянен, относительно переменных $\vec{x}$, не только определитель (как для группы $SL(n, \mathbb{R})$, но и *все* алгебраические инварианты. Открытым является вопрос об алгебраической структуре множества таких матриц. Образуют ли они подгруппу в $SL(n, \mathbb{R})$, а если да, то каков в ней закон умножения? Решение этой

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 05-01-00080), Интеграционного проекта СО РАН (№ 2.15), Программы поддержки ведущих научных школ (грант №НШ-5245.2006.1).

задачи является важным, ввиду типичности этой ситуации при исследовании точных решений в динамике идеального газа [**4**].

Список литературы

[1] **Овсянников Л. В.** *Групповой анализ дифференциальных уравнений* М.: Наука, 1978.

[2] **Картан Э.** *Избранные труды* М.: МЦНМО, 1998.

[3] **Чупахин А. П.** *О барохронных движениях газа* // Докл. РАН. 1997. Т. 352. 5. С. 624–626.

[4] **Игнатьева М. А., Чупахин А. П.** *Интегрирование уравнений газовой динамики для 2.5-мерных решений* // Сиб. мат. журнал. 2007. Т. 48. 1. С. 103–115.

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
E-mail: chupakhin@hydro.nsc.ru