Мальцевские чтения
Новосибирск (2007)
Тезисы докладов

Алгоритмическая сложность классов вычислимых моделей

Е. Б. Фокина

Одним из направлений теории вычислимых моделей является изучение связей между алгоритмическими и теоретико-модельными свойствами моделей и теорий. Для исследования связей между определимостью и вычислимостью мы устанавливаем алгоритмическую сложность различных естественных классов вычислимых моделей. А именно, в рамках этого подхода на основе разработанных ранее методов и теории вычислимых нумераций мы исследуем алгоритмическую сложность для следующих классов: разрешимых моделей, разрешимых моделей со счетно категоричной теорией, а также моделей с разрешимой теорией произвольной фиксированной сигнатуры, содержащей хотя бы один бинарный предикатный или функциональный символ или хотя бы два одноместных функциональных символа. Кроме того, получим аналогичные результаты для таких известных классов моделей, как ориентированные и неориентированные графы, частичные порядки и решетки. Более точно, исследуем сложность индексных множеств этих классов в универсальной вычислимой нумерации всех вычислимых моделей произвольной фиксированной сигнатуры.

Одним из основных методов исследования является метод перехода от одних классов моделей к другим с сохранением нужных алгоритмических и теоретико-модельных свойств классов. Мы дадим некоторые достаточные условия, которые позволяют сводить указанные вопросы для одних классов к другим. В частности, этим условиям удовлетворяют трансформации классов, построенные в работах С.С. Гончарова [1] и Д. Хиршфилда, Б. Хусаинова, Р. Шора и А. Слинько [2]. Используя такие эффективные трансформации, можем получить точную оценку сложности индексных множеств для классов моделей, в сигнатуре которых содержится хотя бы один бинарный предикатный или функциональных символ, а также для некоторых известных классов моделей. Более того, мы укажем трансформацию, которая позволяет получить аналогичные результаты для классов, в сигнатуре которых есть хотя бы две одноместные функции. Эта же трансформация позволяет сохранять такие свойства, как степень категоричности или относительной вычислимости моделей относительно различных степеней. Будем называть сигнатуру, содержащую хотя бы один бинарный предикатный или функциональный символ, или хотя бы два унарных функциональных символа, *нетривиальной*.

Теорема 1. Индексное множество CK всех разрешимых моделей является m-полным Σ^0_3 множеством в универсальной вычислимой нумерации всех вычислимых моделей произвольной нетривиальной сигнатуры.

Теорема 2. Индексное множество CK_0 всех разрешимых счетно категоричных моделей является m–полным $\Sigma^0_3 \setminus \Sigma^0_3$–множеством в универсальной вычислимой нумерации всех вычислимых моделей нетривиальной сигнатуры.

Теорема 3. Индексное множество DT всех вычислимых моделей с разрешимыми теориями является m–полным $\Sigma_2^{0,\emptyset^{(\omega)}}$ множеством в универсальной вычислимой нумерации всех вычислимых моделей нетривиальной сигнатуры.

[1] Goncharov, S. S., *Computability and Computable Models*, Mathematical problems from applied logic. II. Logics for the XXIst century. Edited by Dov M. Gabbay, Sergey S. Goncharov and Michael Zakharyaschev. International Mathematical Series (New York), Springer, New York, 2006.

[2] Hirshfeldt D., Khoussainov B., Shore R., Slinko A., *Degree spectra and computable dimensions in algebraic structures*, Annals of Pure and Applied Logic, 115 (2002), pp. 71–113.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
E-mail: e_fokina@math.nsc.ru