

Инварианты операторных преобразований булевых функций

А. С. Казимиров

Интерес к операторным преобразованиям связан с задачей нахождения минимальных операторных форм, частным случаем которых являются полиномиальные формы.

Рассматривается класс операторов, представимых последовательностями символов $\{\mathbf{d}, \mathbf{e}, \mathbf{p}\}$, каждый символ определяет действие по соответствующей переменной: \mathbf{e} — тождественное действие, \mathbf{p} — отрицание переменной, \mathbf{d} — взятие производной [1]. Оператор можно представить в виде формальной суммы 2^n операторов, в каждой позиции отличающихся от данного. Такое представление называется полным разложением оператора.

Любую булеву функцию можно представить в виде суммы операторных образов от некоторой базисной функции — в виде операторной формы.

На языке операторов была описана новая каноническая форма булевых функций, называемая специальной операторной формой [2].

Форма, полученная полным разложением каждого оператора некоторой операторной формы булевой функции f , построенной по функции h , с последующим удалением одинаковых слагаемых, называется специальной операторной формой (СОФ) функции f по функции h . Специальная операторная форма является каноническим представлением.

Для операторных форм можно определить преобразования следующим образом: в виде последовательности подстановок на множестве операторных символов (i -ая подстановка действует на i -ый компонент оператора) и в виде перестановки операторных символов. Такие преобразования назовем SP-преобразованиями. Их действие распространяется на множество функций.

Одной из задач классификации является задача нахождения полных инвариантов — таких характеристик функций, которые позволяют различить все классы.

Для SP-преобразований с произведением в качестве базисной функции найдены полные инварианты при $n \leq 5$, которые являются некоторыми свойствами СОФ:

$n = 3$ — количество слагаемых в специальной операторной форме;

$n = 4$ — мультимножество частот операторных символов в СОФ;

$n = 5$ — канонический вид таблицы пар частот операторных символов в СОФ.

Литература

1. Избранные вопросы теории булевых функций // Под ред. Винокурова С.Ф. и Перязева Н.А. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 192 с.
2. Винокуров С.Ф. Специальная операторная форма булевых функций и некоторые ее приложения // Международная школа-семинар "Синтез и сложность управляющих систем". — Новосибирск. Изд-во Института математики. — 2004. — С. 26–29.

Иркутский государственный педагогический университет
E-mail: a.kazimirov@gmail.com